

案例2

工程建设中风险保险费的计算

1、背景知识

在各类工程建设过程中存在着各种不同程度的风险,这是难以避免的。为了减少风险,首先必须预估风险程度大小,它在风险管理中占有极其重要的作用;其次是将工程建筑中未知的风险转交给保险公司,以减轻工程单位的负担,这是一种行之有效的方法。然而,投保单位与保险公司最关心的是风险程度与保险费率的确定。现用概率统计的方法解决工程中的风险程度、保险费率。

2、案例分析

(1) 工程建设中风险程度的确定

① 风险因子

影响工程建设目标实现的事件发生的概率,称为工程建设的风险,记为 R 。在工程建设中最重要的是质量、速度、投资及安全。工程建设保险中含有两个互相影响的变量:失败的概率 p_f 和失败造成的后果 c_f ,即 $R = f(p_f, c_f)$ 。其中 R 表示风险或风险量。那么,风险因子

R_F = 失败的似然估计 = 1 - 成功的似然估计

$$= 1 - p_s c_s = 1 - (1 - p_f)(1 - c_f) = p_f + c_f - p_f c_f$$

其中 p_s 即成功概率, c_s 是成功结果或效用。风险因子是风险程度的指标,反映风险级别的大小。

② 风险因子的计算

由统计知:1978年至1989年十一年期间,全国28个省市自治区工业民用建筑、市政工程施工中发生的每起3人以上死亡的特大伤亡事故及1984年至1989年期间发生在每起1至2人的死亡的重大伤亡事故,计800例。它主要以爆炸及中毒造成人员死亡事故作险种分析。

在800例风险事件中,死亡人数1201人爆炸及中毒事故发生了26起,死亡人数

62人,那么 $p_f = \frac{26}{800} = 0.0325$,死亡程度 $c_f = \frac{62}{1201} = 0.0516$,则风险因子

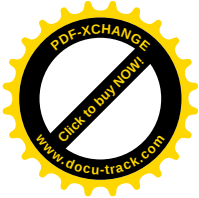
$$R_F = 0.0325 + 0.0516 - 0.0325 \times 0.0516 = 0.082$$

由贝努里大数定律知,当试验次数够多时事件的频率基本稳定于其概率,则上面计算中,以其频率作为 p_f 和 c_f 是有理论依据的,问题是爆炸及中毒事件的风险因子是 $R_F = 0.082$,则是否可以认为该事件风险程度就是概率为8.2%呢?下面取显著性水平为 $\alpha = 5\%$ 和 $\alpha = 1\%$ 下检验该假设。

问题的数学模型:检验假设

$$H_0: P(X=1) = p_0 \quad H_1: P(X=0) = 1 - p_0$$

其中, $p_0 = 0.082$,对于总体 X 随机抽取800件事作为样本进行检验。因爆炸或



中毒死亡人数为62 人，取一分点0.5，将数轴分成两部份：

$p_1 = P(X \leq 0.5) = P(X = 0)$, $p_2 = P(X \geq 0.5) = P(X = 1)$ ，若 H_0 成立，则

$$p_1 = 0.918, p_2 = 0.082, \text{ 且 } \chi^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} : \chi^2(2-1)$$

即 $P(\chi^2 > \chi^2_{\alpha}(1)) = \alpha$ ，由实际推断原理，若小概率事件在一次试验中发生，则拒绝 H_0 ，否则接受 H_0 。在本例中， $n = 800$ （远大于500）， $m_1 = 738, m_2 = 62$ ，则

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i} = \frac{(738 - 800 \times 0.918)^2}{800 \times 0.918} + \frac{(62 - 800 \times 0.082)^2}{800 \times 0.082} = 0.216$$

当 $\alpha = 0.05$ ，查表 $\chi^2_{0.05}(1) = 3.84$ ，则 $\chi^2 < \chi^2_{0.05}(1)$ ，从而接受 H_0 ；

当 $\alpha = 0.01$ ，查表 $\chi^2_{0.01}(1) = 3.84$ ，则 $\chi^2 < \chi^2_{0.01}(1)$ ，从而接受 H_0 ；

于是，在显著性水平当 $\alpha = 0.05$ ， $\alpha = 0.01$ 的情况下，可以认为 $R_F = 0.082$ 为爆炸及其中毒事故中造成人员死亡的概率。

③保险费率、保险利润计算

当确定某风险因素或事件在工程建设项目中出现的概率后，就可以计算出保险公司计取保险费与获利之间的关系。以工程建设安全建设中人员死亡风险险种参加人身意外保险为例加以说明。在某一大型工程建设中，平均一年每人因意外事故而死亡的概率为 p 。若参加保险，每人一年应向保险公司交保险金 a 元，如果在这一年中某个投保者因意外事故死亡，则保险公司给予 c 元的赔偿。保险公司要想获利， a 、 c 应如何确定？

设 ξ 表示保险公司从投保者身上所得收益。则 ξ 为随机变量，其分布 $P\{\xi = a\} = 1 - p$ ， $P\{\xi = a - c\} = p$ ，则公司要想获利，必须使 $E\xi > 0$ 而

$$E\xi = a(1 - p) + (a - c)p = a - cp > 0$$

则 $a - cp > 0$ ，公司获利。一般地， $c > a$ ，则保险费 a ，赔偿额 c 应满足 $a < c < a/p$ 。即保险费率 a/c 应满足 $p < a/c < 1$ 。

假设在这一大型的工程建设项目中，有 m 人参加保险，则保险公司一年中可获得利润 $F = m \cdot E\xi = m(a - cp)$ ，则保险公司赔本的概率 p_1 有多大呢？

设一年中 m 个投保人员因意外事死亡 T 人，则 $T \sim B(n, p)$ ，由中心极限定理，得 $T \sim N(mp, mp(1 - p))$ ，（当 m 充分大时），则

$$p_1 = P(cT > ma) = 1 - P(T \leq \frac{ma}{c}) \approx 1 - \Phi(\frac{\frac{ma}{c} - mp}{\sqrt{mp(1 - p)}})$$

可以看出，当 $p < a/c < 1$ 成立时， $p_1 < 0.5$ ，即赔本的概率不超过50%，且随着 a 增大， p_1 减少； c 增大， p_1 增大，这与实际情况相符合。所以合理选择保险费 a ， c 对保险公司非常重要。

3、结论分析

可以看出，当 $p < \frac{c}{a} < 1$ 成立时， $p_1 < 0.5$ ，即赔本的概率不超过50%，且随着 a 增大， p_1 减少； c 增大， p_1 增大，这与实际情况相符合。所以合理选择保险费 a ， c 对保险公司非常重要。