

《线性代数》模拟试卷（十）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 交换行列式的两行，行列式的值不变.
- () 2. n 阶行列式 $D = |a_{ij}|$ 等于它的任意一行的各元素与其对应代数余子式乘积的和.
- () 3. 设 A, B, C 为同阶方阵，且 $AC = BC$ ，则 $A = B$.
- () 4. 含有零向量的向量组一定线性相关.
- () 5. 齐次线性方程组一定有零解.

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

1. $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$
2. 设 A, B 为三阶矩阵，且 $|A| = 2$ ， $|B| = 3$ ，求 $|-2(A^T B^{-1})^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}.$
3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$
4. 向量组 $\alpha_1 = (2, 4, 2), \alpha_2 = (1, 1, 0), \alpha_3 = (2, 3, 1), \alpha_4 = (3, 5, 2)$ 的秩为_____.

三、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 若 $\begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & \lambda_2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ ，则 λ_1, λ_2 必须满足()

A. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 0$

B. $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$

C. $\lambda_1 = 2$, λ_2 可为任意数

D. λ_1, λ_2 均可任意数

2. 设
$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} = -1$$
, 则 $a =$ ()

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. -1

D. 1

3. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 下列关系一定成立的是 ()

A. $(AB)^2 = A^2 B^2$ B. $(AB)^T = A^T B^T$ C. $|A+B| = |A| + |B|$ D. $|AB| = |BA|$

4. 当 a 取何值时, 线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = a \end{cases}$$
 有解 ()

A. 5

B. 0

C. 1

D. 2

5. 下列矩阵中与矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 的等价标准形不相同的是 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 2, -1, 5)$, $\alpha_2 = (2, -1, 1, 1)$, 向量 $\beta = (4, 3, -1, 11)^T$ 可表示为 α_1, α_2

的线性组合: $\beta = a\alpha_1 + b\alpha_2$, 则 a, b 应满足条件 ()

A. $a = 2, b = 2$

B. $a = 1, b = 2$

C. $a = 2, b = 1$

D. $a = 1, b = 1$

7. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 3, 1)$, $\alpha_2 = (-1, 1, -1, 3)$, $\alpha_3 = (5, -2, 8, -9)$, $\alpha_4 = (-1, 3, 1, 7)$,

下列是该向量组的极大线性无关组的是 ()

A. α_1

B. α_1, α_3

C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

D. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$

8. 三阶矩阵 A 的特征值为 $-2, 1, 3$, 则下列矩阵中非奇异矩阵的是 ()

A. $2I - A$

B. $2I + A$

C. $I - A$

D. $A - 3I$

四、计算题（共 50 分）

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 的值. (7 分)

2. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ 的秩. (8 分)

3. 判断矩阵是否可逆, 若可逆, 求其逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$. (10 分)

4. 用基础解系表示如下线性方程组的全部解 $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 + 8x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7 \end{cases}$. (15 分)

5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)