

《线性代数》模拟试卷（十二）

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、判断题。（每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 若行列式的值为零, 则行列式必有两行对应元素相等.
- () 2. n 阶行列式 $D = |a_{ij}|$ 等于它的任意一列的各元素与其对应代数余子式乘积的和.
- () 3. 对于任意两个矩阵 A, B , AB 一定有意义.
- () 4. 一个非零向量一定线性无关.
- () 5. 齐次线性方程组一定有解.

二、填空题 . (每小题 4 分, 共 16 分)

1. $\begin{vmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 12 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 A 为三阶矩阵, 且 $|A|=2$, 求 $|2A A^T| = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 向量组 $\alpha_1 = (2, 4, 2), \alpha_2 = (1, 1, 0), \alpha_3 = (2, 3, 1), \alpha_4 = (3, 5, 2)$ 的秩为_____.

三、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 行列式 $\begin{vmatrix} k-1 & 2 \\ 2 & k-1 \end{vmatrix} \neq 0$ 的充分条件是().

- A. $k \neq -1$
B. $k \neq -3$
C. $k \neq -1$ 且 $k \neq 3$
D. $k \neq -1$ 或 $k \neq 3$

2. 若行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$, 则行列式 $D_1 = \begin{vmatrix} 4a_{11} & 2a_{11}-3a_{12} & a_{13} \\ 4a_{21} & 2a_{21}-3a_{22} & a_{23} \\ 4a_{31} & 2a_{31}-3a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (\quad)$.

- A. 12 B. -12 C. -1 D. 1

3. 设有矩阵 $A_{3 \times 2}, B_{2 \times 3}, C_{3 \times 3}$, 下列矩阵运算可行的是().

- A. AC B. ABC C. BAC D. $AB-BC$

4. 如果线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_2 + 2x_3 = 2 \\ (\lambda - 1)(\lambda - 2)x_3 = (\lambda - 3)(\lambda - 4) \end{cases}$ 无解, 则 $\lambda = (\quad)$.

- A. 5 B. 0 C. 1 或 2 D. 2

5. 下列矩阵中与矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 的等价标准形不相同的是().

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. 向量组 $\alpha_1 = (3, 1, a)^T$, $\alpha_2 = (4, a, 0)^T$, $\alpha_3 = (1, 0, a)^T$ 线性无关, 则 a 应满足条件().

- A. $a = 0$ 或 2 B. $a \neq 1$ 且 $a \neq 2$ C. $a = 1$ 或 $a = 2$ D. $a \neq 0$ 且 $a \neq 2$

7. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 0)$, $\alpha_2 = (2, 3, 1)$, $\alpha_3 = (2, 4, 2)$, $\alpha_4 = (3, 5, 2)$, 下列是该向量组的极大线性无关组的是().

- A. α_1, α_2 B. α_1, α_3 C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ D. α_2, α_3

8. 三阶矩阵 A 的特征值为 1, 3, -2, 则下列矩阵中是非奇异矩阵的是().

- A. $2I - A$ B. $2I + A$ C. $I - A$ D. $A - 3I$

四、计算题 . (共 50 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$ 的值. (7 分)

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & \lambda+1 \end{pmatrix}$ 的秩 $r(A) = 2$, 求 λ . (8 分)

3. 判断矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 是否可逆, 若可逆, 求其逆矩阵. (10 分)

4. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)

5. 用基础解系表示线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 - 5x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 5x_3 + 6x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$
 的全部解. (15 分)