



文山学院
WENSHAN UNIVERSITY

概率论与数理统计习题集

学院：_____

班级：_____

姓名：_____

学号：_____

第一章 概率论的基本概念

一、填空题

1. 在一副扑克牌（52 张）中任取 4 张，则 4 张牌花色全不相同的概率为_____。
2. 设 A,B,C,D 是四个事件，则四个事件至少发生一个可表示为_____；四个事件恰好发生两个可表示为_____。
3. 已知 5 把钥匙中有一把能打开房门，因开门者忘记是哪把能打开门，逐次任取一把试开，则前三次能打开门的概率为_____。
4. 10 件产品中有 3 件次品，从中随机抽取 2 件，至少抽到一件次品的概率是_____。
5. 设两个随机事件 A, B 互不相容，且 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$, 则 $P(\overline{A}\overline{B}) =$ _____。

二、选择题

1. 某公司电话号码有五位，若第一位数字必须是 5，其余各位可以是 0 到 9 中的任意一个，则由完全不同数字组成的电话号码的个数是（ ）。
A. 126 B. 1260 C. 3024 D. 5040
2. 若 $A \supset B, A \supset C, P(A) = 0.9, P(\overline{B} \cup \overline{C}) = 0.8$. 则 $P(A - BC) =$ （ ）。
A. 0.4 B. 0.6 C. 0.8 D. 0.7
3. 在书架上任意放置 10 本不同的书，其中指定的三本书放在一起的概率为（ ）。
A. $1/15$ B. $3/15$ C. $4/5$ D. $3/5$
4. 若 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(A \cup B) =$ （ ）。
A. 0.6 B. 0.7 C. 0.8 D. 0.5
5. 设为 A, B 任意两个随机事件，且 $A \subset B, P(B) > 0$, 则下列选项必然成立的是（ ）。
A. $P(A) < P(A|B)$ B. $P(A) \leq P(A|B)$
C. $P(A) > P(A|B)$ D. $P(A) \geq P(A|B)$

三、计算题

1. 10 个零件中有 3 个次品，每次从中任取一个零件，取出的零件不再放回去，求第

三次才取得合格品的概率。

2. 有三箱同型号的灯泡，已知甲箱次品率为 1.0%，乙箱次品率为 1.5%，丙箱次品率为 2%。现从三箱中任取一灯泡，设取得甲箱的概率为 $1/2$ ，而取得乙、丙两箱的机会相同，求取得次品的概率。若已知取出的灯泡是次品，则此灯泡是从甲箱中取出的概率是多少？

3. 已知 $P(A|B) = 0.7$ ， $P(A|\bar{B}) = 0.3$ ， $P(B|A) = 0.6$ ，求 $P(A)$ 。

4. 某人投篮，命中率为 0.8，现独立投五次，求最多命中两次的概率。

5. 证明：若事件 A 、 B 、 C 相互独立，则事件 A 分别与 $B \cup C$ ， BC ， $B-C$ 相互独立。

6. 设玻璃杯整箱出售，每箱 20 只，各箱含 0, 1, 2 只残次品的概率分别 0.8, 0.1, 0.1，一顾客欲购买一箱玻璃杯，由售货员任取一箱，经顾客开箱随机察看 4 只，若无残次品，则买此箱玻璃杯，否则不买。求：

(1) 顾客买此箱玻璃杯的概率；

(2) 在顾客买的此箱玻璃杯中，恰有一只是残次品的概率。

7. 设一批产品中，一、二、三等品各占 70%，20%，10%，从中任取一件，结果不是三等品，试求取到的是一等品的概率。

8. 设一盒子中有 5 个不同的硬币，每一个经抛掷出现字面的概率不同： $p_1 = 0$ ，

$p_2 = \frac{1}{4}$ ， $p_3 = \frac{1}{2}$ ， $p_4 = \frac{3}{4}$ ， $p_5 = 1$ 。试求（1）任取一个硬币抛掷，出现字面的概率；

（2）若将同一硬币再抛一次，又出现字面的概率。

9. 将两种信息分别编码为 0 和 1 传送出去，由于随机干扰，接收有误，0 被误收为 1 的概率为 0.02，1 被误收为 0 的概率为 0.01，在整个传送过程中，0 与 1 的传送次数比为 7:3，试求当接收到的信息是 0 时，原发信息也是 0 的概率。

10. 甲、乙两人独立的对同一目标射击一次，命中率分别为 0.6 和 0.5，现已知目标被命中，试求是甲射中的概率。

第二章 随机变量及其分布

一、填空题

1. 已知随机变量 $X \sim N(3, 16)$, 且 $P(X < c) = P(X \geq c)$, 则 $c =$ _____。
2. 若随机变量 X 服从区间 $(1, 6)$ 上的均匀分布, 则方程 $x^2 + Xx + 1 = 0$ 有实根的概率是_____。
3. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P(X = 0) = e^{-2}$, 则 $P(X > 1) =$ _____。
4. 设 $X \sim N(10, 0.02^2)$, 已知 $\Phi(2.5) = 0.9938$, 则概率 $P(9.95 < X < 10.05) =$ _____。
5. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} cxy, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 则 $c =$ _____。

二、选择题

1. 设随机变量 $X \sim N(2, \sigma^2)$, 则当 σ 增大时, 概率 $P(|X - 2| < 2\sigma)$ 是 ()。
A. 单调增大; B. 单调减小; C. 保持不变; D. 增减不定;
2. 已知离散型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $P(a \leq X \leq b) =$ ()。
A. $F(b) - F(a)$; B. $F(b) - F(a) - P(X = a)$;
C. $F(b) - F(a) - P(X = b)$; D. $F(b) - F(a) + P(X = a)$;
3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 则随机变量 $Y = 2X + 1$ 的分布函数 $G(y)$ 是 ()。
A. $F\left(\frac{y}{2} - \frac{1}{2}\right)$ B. $F\left(\frac{y}{2} + 1\right)$ C. $2F(y) + 1$ D. $\frac{1}{2}F(y) - \frac{1}{2}$
4. 设随机变量 X 的取值范围是 $[-1, 1]$, 以下函数中可以作为 X 的概率密度的是 ()。
A. $\begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
C. $\begin{cases} x, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^2, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$
5. 设 $f(x) = \sin x$ 是某个连续型随机变量 X 的概率密度函数, 则 X 的取值范围是

()。

A. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$; B. $[0, \pi]$; C. $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$; D. $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$;

三、计算题

1. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \frac{A}{e^x + e^{-x}}$ ，求：

(1) 常数 A ； (2) $P\{0 < X < \frac{1}{2}\ln 3\}$ ； (3) 分布函数 $F(x)$ 。

2. 某种电池的寿命服从正态分布 $N(a, \sigma^2)$ ，其中 $a = 400$ ， $\sigma = 35$ ，求 x ，使寿命在 $a-x$ 与 $a+x$ 之间的概率不小于 0.9。

3. 设随机变量 X 服从区间 $(2, 5)$ 上的均匀分布，现在对 X 进行三次独立观测，试求至少有一次观察值大于 3 的概率。

4. 一个罐子装有 m 个黑球和 n 个白球，无放回地抽取 r 个球($r \leq m+n$)，问：
(1) 抽到白球数的分布律是什么？ (2) 有放回呢？

5. 一电话交换台每分钟接到的呼唤次数服从参数为 4 的泊松分布，求：
(1) 每分钟恰有 8 次呼唤的概率；(2) 每分钟呼唤次数大于 10 的概率。

6. 设随机变量 X 的概率函数密度为 $f(x) = Ce^{-|x|}$ ， $-\infty < x < +\infty$ ，求：
(1) 常数 C ；(2) X 落在区间 $(0,1)$ 内的概率。

7. 对某一目标进行射击，直至击中为止。如果每次射击命中率为 p ，求：
(1) 射击次数的分布律；(2) 射击次数的分布函数。

8. 设随机变量 X 的分布律为

X	0	1	2	3	4	5
p_k	1/12	1/6	1/3	1/12	2/9	1/9

试求随机变量 $Y = (X - 2)^2$ 的分布律和分布函数。

9. 设 X 在区间 $[0, 1]$ 上服从均匀分布，试求 $Y = -2\ln X$ 的分布函数和概率密度函数。

10. 设某长街道有 n 个路口，各路口都安置红绿灯，且出现什么颜色灯相互独立，红绿颜色显示时间为 $1:2$ ，今有一汽车沿长街行驶，若以 X 表示该汽车首次遇到红灯之前已通过路口的个数，试求随机变量 X 的概率分布。

第三章 多维随机变量及其分布

一、填空题

1. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$,

则 $P(X + Y \leq 1) =$ _____。

2. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且都服从参数是 $1/3$ 的 $(0-1)$ 分布,

则 $P(X=Y) =$ _____。

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且它们的分布律均为:

X	1	3
P	1/3	2/3

则 $P(X \geq Y) =$ _____。

4. 设 X 和 Y 为两个随机变量, 且 $P(X \geq 0, Y \geq 0) = \frac{3}{7}$, $P(X \geq 0) = P(Y \geq 0) = \frac{4}{7}$, 则

$P(\max(X, Y) > 0) =$ _____。

5. 设随机变量 X 与 Y 独立, $X \sim B(2, p)$, $Y \sim B(3, p)$, 且 $P(X \geq 1) = \frac{5}{9}$,

则 $P(X + Y = 1) =$ _____。

二、选择题

1. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 则 (X, Y) 关于 Y 的边缘分布函数 $F_Y(y) =$ ()。

A. $F(x, +\infty)$; B. $F(x, -\infty)$; C. $F(-\infty, y)$; D. $F(+\infty, y)$

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 其分布律为

X \ Y	0	1	2
-1	0.2	0	0.1
0	0	0.4	0
1	0.1	0	0.2

则 $F(0, 1) =$ ()。

- A. 0.2; B. 0.4; C. 0.6; D. 0.8

3. 设随机变量 X 和 Y 的分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$, 为使 $F(x) = aF_1(x) - bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数, 在下列给定的各组数值中应取 ()。

- A. $a = \frac{3}{5}, b = -\frac{2}{5}$; B. $a = \frac{2}{3}, b = \frac{2}{3}$; C. $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$; D. $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{3}{2}$

4. 设相互独立的两个随机变量 X 与 Y 具有同一分布律, 且 X 的分布律为

X	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则随机变量 $Z = \max(X, Y)$ 的分布律为 ()。

- A. $P(z=0) = \frac{1}{2}, P(z=1) = \frac{1}{2}$; B. $P(z=0) = 1, P(z=1) = 0$;
C. $P(z=0) = \frac{1}{4}, P(z=1) = \frac{3}{4}$; D. $P(z=0) = \frac{3}{4}, P(z=1) = \frac{1}{4}$ 。

5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 其概率分布为

X	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Y	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则以下结果正确的是 ()。

- A. $X=Y$; B. $P(X=Y)=1$; C. $P(X=Y)=0$; D. $P(X=Y) = \frac{1}{2}$

三、计算题

1. 二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(x+2y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求: (1) 系数 A ; (2) X, Y 的边缘密度函数; (3) 问 X, Y 是否独立。

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X , Y 分别服从参数为 $\lambda, \mu (\lambda \neq \mu)$ 的指数分布, 试求 $Z = 3X + 2Y$ 的密度函数 $f_Z(z)$ 。

3. 设随机变量 X, Y, Z 相互独立且服从同一 $B(1, p)$ 分布, 试证明随机变量 $X + Y$ 与 Z 相互独立。

4. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1+xy}{4}, & |x| < 1, |y| < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

(1) 求随机变量 X 和 Y 的边缘概率密度; (2) X 和 Y 是否独立? (3) 求 $P(X + Y < 1)$ 。

5. 设随机变量 X 和 Y 独立同分布，且 X 的分布律为：

$$P(X=1)=\frac{1}{3}, \quad P(X=2)=\frac{2}{3}$$

求 $Z=X+Y$ 的分布律。

6. 将一枚硬币连掷三次， X 表示三次中出现正面的次数， Y 表示三次中出现正面次数与出现反面次数之差的绝对值，求：（1） (X, Y) 的联合概率分布；（2） $P\{Y>X\}$ 。

7. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从 $(0, 1)$ 上的均匀分布，求 $Z=X+Y$ 的分布函数及概率密度函数。

8. 设随机变量 X_1 与 X_2 独立同分布, $P(X_i = k) = \frac{1}{3}, (k = 1, 2, 3; i = 1, 2)$, 记随机变量 $Y_1 = \max\{X_1, X_2\}$, $Y_2 = \min\{X_1, X_2\}$ 。求: (1) (Y_1, Y_2) 的联合分布律; (2) 判断 Y_1 与 Y_2 是否独立; (3) 求 $P(Y_1 + Y_2 \leq 3)$, $P(Y_1 = Y_2)$ 。

9. 设随机变量 X, Y 的概率密度分别为 $f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} 1, & 0 < y < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$ 且 X 与 Y 相互独立, 求 $Z = \frac{X}{2Y}$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$ 。

10. 设随机变量 (X, Y) 服从区域 B 上的均匀, 其中 B 为 x 轴, y 轴及直线 $y=2x+1$ 围成的三角形区域, 试求: (1) (X, Y) 的联合概率密度函数及分布函数; (2) 关于 X, Y 的边缘密度; (3) $f(x|y)$ 。

第四章 随机变量的数字特征

一、填空题

1. 设 X 与 Y 是两个相互独立的随机变量, 且 X 服从 $(-1, 2)$ 上的均匀分布, Y 服从参数为 4 的指数分布, 则 $E(XY) = \underline{\hspace{2cm}}$, $D(2X - 3Y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. $\rho_{XY} = 0.5, E(X) = E(Y) = 0, E(X^2) = E(Y^2) = 2$, 则 $E[(X + Y)^2] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 1)$ 且 $E(X^2) = 3$, 则 X 的概率密度 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{pmatrix} -1 & 0 & \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{12} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$, 则 $EX = \underline{\hspace{2cm}}$, $E(-X + 1) = \underline{\hspace{2cm}}$,

$EX^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 设随机变量 X 服从 $B(n, p)$ 分布, 已知 $EX = 1.6$, $DX = 1.28$, 则参数 $n = \underline{\hspace{2cm}}$,

$p = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、选择题

1. 如果随机变量 X 与 Y 满足 $D(X + Y) = D(X - Y)$, 则下列说法正确的是 ()。

A. X 与 Y 相互独立; B. X 与 Y 不相关; C. $D(Y) = 0$; D. $D(X)D(Y) = 0$

2. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $X \sim N(-1, 2)$, $Y \sim N(1, 3)$, 则 $X + 2Y$ 服从的分布为 ()。

A. $N(1.4)$; B. $N(1.8)$; C. $N(1.14)$; D. $N(1.22)$

3. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

则 $E(X) = ()$ 。

A. 2; B. 1; C. 1/2; D. 3

4. 设随机变量 (X, Y) 的方差 $D(X) = 4, D(Y) = 1$, 相关系数 $\rho_{XY} = 0.6$, 则

方差 $D(3X - 2Y) = (\quad)$

A. 40; B. 34; C. 25.6; D. 17.6

5. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Y = aX - b$, 其中 a, b 为常数, 且 $a \neq 0$,

则 $Y \sim (\quad)$ 。

A. $N(a\mu - b, a^2\sigma^2 + b^2)$; B. $N(a\mu + b, a^2\sigma^2 - b^2)$;

C. $N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$; D. $N(a\mu - b, a^2\sigma^2)$ 。

三、计算题

1. 游客乘电梯从底层到电视塔顶层观光, 电梯于每个正点的 5 分钟, 25 分钟和 55 分钟从底层起行, 假设一游客在早上 8 点的第 X 分钟到达底层电梯处, 且 X 服从 $[0, 60]$ 上的均匀分布, 求该游客等候时间的数学期望。

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的密度函数为
$$f(x, y) = \begin{cases} 4xye^{-(x^2+y^2)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

试求: (1) EX, DX ; (2) $E(XY), E(\sqrt{X^2 + Y^2})$ 。

3. 设随机变量 X 和 Y 的分布律分别为

X	0	1
p_k	1/3	2/3

Y	1	2
p_k	1/4	3/4

且 $P(XY=1) = \frac{1}{5}$, 试求 (X,Y) 的联合分布和协方差 $Cov(X,Y)$ 。

4. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0 \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

试求方差 $D(3X+4)$ 。

5. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, 同服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$, 令 $Z_1 = aX - bY$, $Z_2 = aX + bY$, 其中 a, b 为不等于 0 的常数, 讨论 Z_1 与 Z_2 的相关性和独立性。

6. 设离散型随机变量 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda)$ ，已知 $E[(X-1)(X-2)] = 1$ ，试求参数 λ 。

7. 设连续型随机变量 Y 服从指数分布 $E(2)$ ，令随机变量

$$X_k = \begin{cases} 1, Y > k \\ 0, Y \leq k \end{cases}, k = 1, 2$$

试求：(1) (X_1, X_2) 的联合分布律， X_1 和 X_2 是否独立？(2) $M = \max\{X_1, X_2\}$ 的分布律；(3) $E(3X_1^2 - 2X_2)$ ；(4) X_1 和 X_2 的相关系数 ρ 。

8. 设随机变量 $X \sim N(0, 2^2)$ ， $Y \sim N(0, 4^2)$ ，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = -\frac{1}{3}$ ，令

$Z = \frac{X}{2} + \frac{Y}{4}$ ，试求 Z 的分布及 X 与 Z 的相关系数。

9. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率分布律为

		Y			
		-1	0	1	
X	-1	a	1/8	1/4	$P(X = x_i) = p_{i\bullet}$
	1	1/8	1/8	b	
		$P(Y = y_j) = p_{\bullet j}$			
		a+1/8	2/8		
		b+1/4			1

试求：(1) EXY ；(2) 当 a, b 取何值时， X 与 Y 不相关；

(3) 当 a, b 取何值时， X 与 Y 既不相关，又独立？

10. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, $-\infty < x < +\infty$

(1) 试求 $EX, E|X|, DX$ ；(2) 试求 X 和 $|X|$ 的相关系数；

(3) 试问 X 和 $|X|$ 是否相互独立，为什么？

第五章 大数定律及中心极限定律

计算题

1. 某宾馆一次性可接待 1980 人供旅游住宿,根据经验电话预约的客户入住率为 90%, 经理室一共接受了 2200 个电话预约,求实际入住人数在 1950—2010 之间的概率。
2. 一大批产品中优质品占一半,现每次抽一件,看后放回再抽,问在 100 次抽取中 取到优质品的次数超过 45 次的概率为多少?
3. 设一个复杂系统由几个独立的部件组成,在整个运行期间,每个部件损坏的概率 为 0.1,为了使整个系统起作用,至少需要有 80%部件工作,试问至少需要多少部 件才能使系统的可靠度为 0.95。

4. 设各零件的重量都是随机变量，它们相互独立，且服从相同的分布，其数学期望为 0.5kg ，均方差为 0.1kg ，问 5000 只零件的总重量超过 2510kg 的概率是多少？
5. 计算器在进行加法时，将每个加数舍入最靠近它的整数，设所有舍入误差相互独立且在 $(-0.5, 0.5)$ 上服从均匀分布。(1) 将 1500 个数相加，问误差总和的绝对值超过 15 的概率是多少？(2) 最多可有几个数相加使得误差总和的绝对值小于 10 的概率不小于 0.90？

6. 某商店出售某种商品，根据经验，该商品每周销售量服从参数为 $\lambda = 1$ 的泊松分布。假定每周的销售量是相互独立的。用中心极限定理计算该商店一年内（52 周）售出该商品件数在 50 件到 70 件之间的概率。

第六章 样本及抽样分布

一、填空题

1. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 是已知参数, σ^2 是未知参数, 从该总体抽取容量为 4 的样本 X_1, X_2, X_3, X_4 , 则 $Y = \frac{X_3 - X_4}{\sqrt{\sum_{i=1}^2 (X_i - \mu)^2}}$ 的分布为_____。
2. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是取自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则统计量 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$ 服从_____分布。
3. 设统计量 $T \sim t(n)$, 则 $T^2 \sim$ _____。
4. $X \sim N(0, 4)$, (X_1, X_2, X_3) 为样本。若要求 $[aX_1^2 + b(X_2 - X_3)^2] \sim \chi^2(2)$, 则 $(a, b) =$ _____。
5. 总体 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ 。 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 与 $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 是两总体中抽取的独立样本。 S_1^2 与 S_2^2 是两样本方差, 则 $\frac{(n-1)(S_1^2 + S_2^2)}{\sigma^2} \sim$ _____。

二、选择题

1. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为总体 $N(1, 2^2)$ 的一个样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 则下列结论中正确的是 ()。
A, $\frac{\bar{X} - 1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n)$; B, $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim F(n, 1)$;
C, $\frac{\bar{X} - 1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$; D, $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim \chi^2(n)$
2. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ，则服从 $\chi^2(n-1)$ 的变量为 ()。

A, $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$; B, $\frac{nS^2}{\sigma^2}$; C, $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{\sigma^2}$; D, $\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{\sigma^2}$

3. $X \sim N(0, \sigma^2)$, (X_1, X_2, X_3, X_4) 为样本, 则统计量 $\frac{X_1 + X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}}$ 服从的分布为 ()。

A, $N(0,1)$; B, $\chi^2(2)$; C, $t(2)$; D, $F(2,2)$

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为样本。 $\bar{X}$ 与 S^2 是样本均值与方差, 则

$T = n \left(\frac{\bar{X} - \mu}{S} \right)^2$ 服从的分布为 ()。

A, $N(0,1)$; B, $t(n-1)$; C, $F(1, n-1)$; D, $\chi^2(n-1)$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 是未知参数, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自总体的一个样本, 则下列结论正确的是 ()

A, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$; B, $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n)$;

C, $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n-1)$;

D, $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \chi^2(n)$

三、计算题

1. 设总体 $X \sim N(0, 4)$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为样本, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 为样本均值, 为使

$E(|\bar{X}|^2) \leq 0.2$, 问 n 至少应取多少?

2. 设总体 $X \sim B\left(10, \frac{3}{100}\right)$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为样本 , $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 分别表示样本均值和样本二阶中心距, 试求 $E\bar{X}$, $E(S_n^2)$ 。

3. 从正态总体 $N(3.4, 6^2)$ 中抽取容量为 n 的样本, 为使样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 位于区

间 $(1.4, 5.4)$ 内概率不小于 0.95, 试问样本容量 n 至少应取多少?

4. 设 $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ 为正态总体 $N(0,1)$ 的样本，试确定 c ，使随机变量

$$Y = \frac{c(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}} \text{ 服从 } t \text{ 分布。}$$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为总体的样本， $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ，

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \text{ 分别为样本均值和样本方差，而 } X_{n+1} \text{ 是第 } n+1 \text{ 个个体指}$$

标，试证明统计量 $t = \frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S} \sqrt{\frac{n}{n+1}}$ 服从 t 分布。

6. 设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & |x| < 1 \\ 0, & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$(X_1, X_2, \dots, X_{50})$ 为总体的样本。试求 (1) $\bar{X}$ 的数学期望与方差; (2) $E(S^2)$;

(3) $P(|\bar{X}| > 0.02)$ 。

第七章 参数估计

一、填空题

1. 设总体 $X \sim N(N, p)$, p 未知, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是总体的样本, 则参数 p 的矩估计量是_____; 最大似然估计量是_____。
2. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自均匀分布 $U(\theta, \theta+1)(\theta > 0)$ 总体的一个样本, 则 θ 的矩估计量是_____; 最大似然估计量是_____。
3. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的样本, 则 σ^2 的无偏估计量为_____。
4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为样本, 则当常数 $C =$ _____时,

$$C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2 \text{ 为 } \sigma^2 \text{ 的无偏估计。}$$

5. 设总体 $X \sim \pi(\lambda)$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为样本, 则 λ^2 的一个无偏估计量为_____。

二、计算题

1. 设总体 X 的概率密度函数为
$$f(x) = \begin{cases} \theta(x-10)e^{-\frac{\theta}{2}(x-10)^2}, & x > 10 \\ 0, & x \leq 10 \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数, 从总体中抽取容量为 4 的样本 X_1, X_2, X_3, X_4 , 对样本的一组观察值 27, 25, 29, 35, 试求 (1) θ 的最大似然估计值; (2) 概率 $P(X \leq 30)$ 的最大似然估计值。

2. 设总体 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} (\alpha+1)x^\alpha, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$. 求参数 α 的矩估计量和最大似然估计量。

3. 总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为总体 X 的一个样本。求常数 k . 使

$$k \sum_{i=1}^n |X_i - \bar{X}| \text{ 为 } \sigma \text{ 的无偏估计量。}$$

4. 设某电子元件失效时间 T 的概率密度函数为 $f(t) = \begin{cases} \beta e^{-\beta(t-t_0)}, & t \geq t_0 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

其中 $t_0 > 0$, $\beta > 0$ 为参数, $T_1, T_2, \dots, T_n$ 为总体的样本, 求: (1) 若 t_0 已知, β 的最大似然估计量; (2) 若 β 已知, t_0 的最大似然估计量。

5. 设总体 X 的分布律为

X	0	1	2	3
p_k	$(1-p)^3$	$3p(1-p)^2$	$3p^2(1-p)$	p^3

其中 $0 < p < 1$ 为未知参数，0, 2, 1, 2, 3 是总体的样本，试求：（1） p 的最大似然估计值；（2） p 的矩估计值

6. 设总体 X 的概率密度函数为
$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x > \theta \\ 0, & x \leq \theta \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数， $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为总体的样本，试求 θ 的最大似然估计量

$\hat{\theta}$ ，并问 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量吗？

7. 设一批零件长度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，从这批零件中抽取 10 件，测得长度，计算的样本均值为 $\bar{x} = 50mm$ ，标准差为 $s = 1.1mm$ ，给定置信度 $1 - \alpha = 0.90$ ，试求总体标准差 σ 的置信区间。

8. 设甲、乙两个工厂生产的蓄电池的电容量 X 和 Y ，分别服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma^2)$ ， $N(\mu_2, \sigma^2)$ ，且 σ^2 未知，分别独立的从两个总体中抽取容量为 $n_1 = 8$ ， $n_2 = 10$ 的样本，经计算得样本均值分别为 $\bar{x} = 141$ ， $\bar{y} = 140$ ，样本方差分别为 $s_1^2 = 6.6$ ， $s_2^2 = 4.8$ ，试求总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 90% 的置信区间。

9. 设某种油漆的 9 个样品，其干燥时间（以小时计）分别为 6.0, 5.7, 5.8, 6.5, 7.0, 6.3, 5.6, 6.1, 5.0。设干燥时间总体服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间。

10. 从一批零件中抽取 10 个，测得其直径尺寸与标准尺寸之间的偏差（单位：mm）分别为 2, 1, -2, 3, 2, 4, -2, 5, 3, 4。假设零件直径尺寸与标准尺寸之间的偏差是服从 $N(\mu, \sigma^2)$ 的随机变量，求（1） μ 的无偏估计值；（2） σ^2 的无偏估计值；（3） μ 的置信度为 0.95 的置信区间。

第八章 假设检验

一、填空题

1. 若总体 $X \sim N(\mu, 4)$, 要检验 $H_0: \mu = \mu_0$, 应该用_____检验法。
2. 单个正态总体的下列检验:
 - (1) $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ (σ 已知), 检验统计量为_____, 拒绝域为_____。
 - (2) $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ (σ 未知), 检验统计量为_____, 拒绝域为_____。
3. 设 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 为正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本均值, μ 未知, 欲检验假设 $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ (σ_0 已知)。应用_____检验法; 检验统计量为_____。
4. 设 $\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i$ 和 $\bar{Y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_i$ 分别为来自两个正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本均值, 参数 μ_1, μ_2 均未知, 欲检验假设 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 应用_____检验法; 检验统计量为_____。
5. 设 $\bar{X}$ 为正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 容量为 n 的样本均值, S^2 为样本方差, 当 σ^2 已知时, 检验假设 $H_0: \mu \leq \mu_0; H_1: \mu > \mu_0$ (σ_0 已知) 的统计量为_____; 拒绝域为_____; 当 σ^2 未知时, 检验假设 $H_0: \mu \geq \mu_0; H_1: \mu < \mu_0$ 的统计量为_____; 拒绝域为_____。

二、计算题

1. 设袋装食品, 每袋 100g, 其中维生素 C(Vc) 的含量不得少于 21mg, 设 Vc 含量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现取 17 袋, 测得每袋 Vc 含量, 计算得样本均值 $\bar{x} = 20\text{mg}$, 样本标准差 $s = 3.98\text{mg}$, 试问在显著性水平 $\alpha = 0.025$ 下, 该食品的 Vc 含量是否合格?

2. 某食品厂生产袋装花生米，每袋净重 $X \sim N(180, \sigma^2)$ ， $\sigma > 0$ 为未知参数，今开箱随机抽取 10 袋，经计算样本均值 $\bar{x} = 178.4$ ，标准差 $s = 2.4129$ ，给定 $\alpha = 0.05$ ，试问能否认为每袋净重不小于 180？

3. 某种导线，要求其电阻的标准差不得超过 0.005（欧姆），今在生产的一批导线中取样品 9 根，测得样本标准差 $s = 0.007$ （欧姆）。设总体服从正态分布，问在水平 $\alpha = 0.05$ 下能否认为这批导线的标准差显著地偏大？

4. 某种零件的单个长度的均值为 10cm，标准差为 1cm，更新设备后，从所生产的零件中抽取 100 个，测得零件长度的平均值 $\bar{x} = 10.6\text{cm}$ ，问设备更新后零件的平均长度是否有显著变化？（ $\alpha = 0.05$ ）

5. 在两种工艺条件下生产细纱，各取 100 个试样，试验得强力数据，经计算得：

甲工艺： $n_1 = 100$ ， $\bar{x}_1 = 280$ ， $\sigma_1 = 28$

乙工艺： $n_2 = 200$ ， $\bar{x}_2 = 286$ ， $\sigma_1 = 28.5$

试问使用两种工艺生产的细纱强力有无显著差异（ $\alpha = 0.05$ ）？

6. 从甲、乙两个灯泡厂分别抽取 30 个灯泡，测试寿命，甲厂灯泡平均寿命为 $\bar{x} = 1500$ ，样本标准差为 $s_1 = 80$ ，乙厂灯泡平均寿命为 $\bar{y} = 1450$ ，样本标准差为 $s_2 = 90$ ，假设甲厂灯泡寿命 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ ，乙厂灯泡寿命 $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ ，其中参数未知。试问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下，能否断定甲厂灯泡比乙厂灯泡好？

7. (1) 根据长期的经验, 某工厂生产的特种金属丝的折断力 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。已知 $\sigma = 8 \text{ kg}$, 现从该厂生产的一大批特种金属丝中随机抽取 10 个样品, 测得样本均值 $\bar{x} = 575.2 \text{ kg}$ 。问这批特种金属丝的平均折断力可否认为是 570kg? ($\alpha = 5\%$)
- (2) 已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布 $N(\mu, 0.048^2)$ 。某日抽取 5 个样品, 测得其纤度为: 1.31, 1.55, 1.34, 1.40, 1.45。问这天的纤度的总体方差是否正常? 试用 $\alpha = 10\%$ 作假设检验。

8. 食品厂用自动装罐机装罐头食品，每罐的标准重量为 500g。每隔一定的时间，需要检验机器的工作情况。现抽得 10 罐，测得其重量（单位：g）的平均值为 $\bar{x} = 498$ ，样本方差 $s^2 = 6.5^2$ 。假定罐头的重量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，试问机器的工作是否正常（显著性水平 $\alpha = 0.02$ ）？

概率论与数理统计习题集答案

第一章 概率论的基本概念

一、填空题

1. $13^4 / C_{52}^4$

2. $A \cup B \cup C \cup D = ABC\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD$

3. $3/5$

4. $1 - C_7^2 / C_{10}^2 = 0.533$

5. 0.3

二、选择题

1. C; 2. D; 3. A; 4. B; 5. B;

三、计算题

1. $\frac{3}{10} \frac{2}{9} \frac{7}{8} = 0.058;$

2. 0.3636;

3. 0.4565;

4. 0.05792;

5. 略;

6. (1) 0.94;

(2) 0.085;

7. 7/9;

8. (1) 0.5;

(2) 3/4;

9. 0.9956;

10. 0.75

第二章 随机变量及其分布

一、填空题

1. 3;
2. $4/5$;
3. $1-3e^{-2}$;
4. 0.9876 ;
5. 1;

二、选择题

1. C; 2. D; 3. A; 4. C; 5. A;

三、计算题

1. (1) $A = \frac{2}{\pi}$;
(2) $1/6$;
(3) $F(x) = \frac{2}{\pi} \arctan e^x$;
2. $x \geq 57.575$;
3. $20/27$;
4. (1) $P(X = k) = \frac{C_n^k C_m^{r-k}}{C_{m+n}^r}, \quad k = 0, 1, \dots, \min(r, n)$;
(2) $P(X = k) = C_r^k \left(\frac{n}{m+n} \right)^k \left(\frac{m}{m+n} \right)^{r-k}, \quad k = 0, 1, \dots, r$;
5. (1) 0.0298 ;
(2) 0.00284 ;
6. (1) $C = \frac{1}{2}$;
(2) 0.316 ;
7. (1) $P(X = k) = (1-p)^{k-1} p, \quad k = 1, 2, \dots$;
(2) $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1 - (1-p)^x, & x \geq 1 \end{cases}$;

8. Y 的分布律

Y	0	1	4	9
p_k	1/3	1/4	11/36	1/9

$$F(y) = \begin{cases} 0, & y < 0 \\ \frac{1}{3}, & 0 \leq y < 1 \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}, & 1 \leq y < 4 \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{11}{36} = \frac{8}{9}, & 4 \leq y < 9 \\ 1, & y \geq 9 \end{cases};$$

$$9. \quad F_Y(y) = 1 - e^{-\frac{y}{2}} \quad f_y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-\frac{y}{2}}, & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases};$$

$$10. \quad P(X = k) = \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^k \times \frac{1}{3}, & k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ \left(\frac{2}{3}\right)^n, & k = n \end{cases};$$

第三章 多维随机变量及其分布

一、填空题

1. $1/4$;
2. $5/9$;
3. $7/9$;
4. $5/7$;
5. $80/243$;

二、选择题

1. D ;
2. C ;
3. A ;
4. D ;
5. D;

三、计算题

1. (1) $A=2$;

$$(2) f_X(x) = \begin{cases} e^{-x} & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; f_Y(y) = \begin{cases} 2e^{-2y} & y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases};$$

- (3) 独立;

$$2. f_Z(z) = \begin{cases} \frac{\lambda\mu}{3\mu-2\lambda}(e^{-\lambda z/3} - e^{-\mu z/2}), & z > 0; \\ 0, & z \leq 0 \end{cases};$$

3. 略;

$$4. (1) f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |x| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & |y| < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases};$$

- (2) 不独立 ;

- (3) $79/96$;

- 5.

Z	2	3	4
p	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$

6. (1)

X \ Y	Y	
	1	3
0	0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$	0
2	$\frac{3}{8}$	0
3	0	$\frac{1}{8}$

(2) $1/8$;

$$7. \quad F_Z(z) = \begin{cases} 0, & z \leq 0 \\ \frac{z^2}{2}, & 0 < z \leq 1 \\ 2z - 1 - \frac{z^2}{2}, & 1 < z \leq 2 \\ 1, & z > 2 \end{cases}; \quad f_Z(z) = \begin{cases} z, & 0 < z \leq 1 \\ 2 - z, & 1 < z \leq 2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

8. (1) 略 ; (2) 不独立 ; (3) $1/3$; $1/3$;

$$9. \quad f_Z(z) = \begin{cases} \frac{1 - (1 + 2\lambda z)e^{-2\lambda z}}{2\lambda z^2}, & z \leq 0; \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$10. \quad (1) \quad f(x, y) = \begin{cases} 4, & (x, y) \in B \\ 0, & \text{else} \end{cases};$$

$$F(x, y) = \begin{cases} 0, & x < -0.5 \text{ or } y < 0 \\ 4xy + 2y - y^2, & -0.5 \leq x < 0, 0 \leq y < 2x + 1 \\ 4x^2 + 4x + 1, & -0.5 \leq x < 0, y \geq 2x + 1; \\ 2y - 2y^2, & x \geq 0, 0 \leq y < 1 \\ 1, & x \geq 0, y \geq 1 \end{cases}$$

(2) 略 ; (3) 略;

第四章 随机变量的数字特征

一、填空题

1. $1/8$; $57/16$;

2. 6 ;

3. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x \mp \sqrt{2})^2}{2}} (-\infty < x < +\infty)$;

4. $1/3$; $2/3$; $35/24$;

5. 8 ; 0.2 ;

二、选择题

1. B ; 2. C ; 3. C ; 4. C ; 5. D;

三、计算题

1. 11.67 ;

2. (1) $EX = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$; $DX = 1 - \frac{\pi}{4}$;

(2) $EXY = \frac{\pi}{4}$; (3) $\frac{3}{4}\sqrt{\pi}$;

3.

XY	0	1	2
p_k	$1/3$	$1/5$	$7/15$

$$\text{Cov}(X, Y) = -\frac{1}{30}$$

4. $D(3X + 4) = \frac{3}{2}$;

5. 略;

6. $\lambda = 1$;

7. (1)

$X_1 \backslash X_2$	0	1	$p_{i\bullet}$
0	$1-e^{-2}$	0	$1-e^{-2}$
1	$e^{-2}-e^{-4}$	e^{-4}	e^{-2}
$p_{\bullet j}$	$1-e^{-4}$	e^{-4}	1

不独立；

(2)

M	0	1
$P(M=k)$	$1-e^{-2}$	e^{-2}

(3) $E(3X_1^2 - 2X_2) = 3e^{-2} - 2e^{-4}$;

(4) $\rho = \frac{e^{-1}\sqrt{1+e^{-2}}}{1+e^{-2}}$;

8. Z 服从正态分布, $\rho_{xz} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

9. (1) $EXY = -\frac{3}{8} + (a+b)$;

(2) $a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{8}$ 或 $a = \frac{1}{8}, b = \frac{1}{4}$;

(3) $a = \frac{1}{8}, b = \frac{1}{4}$;

10. (1) $EX = 0$; $E|X| = 1$; $DX = 2$;

(2) $\rho_{X|X|} = 0$; (3) 不独立

第五章 大数定律及中心极限定律

1. $P(1950 < X < 2010) = 0.972$;
2. $P(X \leq 45) \approx 0.159$;
3. $n \geq 24.35$; 至少需要 25 个部件;
4. $P(X \geq 2510) \approx 0.08$;
5. (1) $P(|X| > 15) = 0.1802$;
(2) $n \leq 443.45$;
6. $P(50 < Y < 70) = 0.6041$;

第六章 样本及抽样分布

一、填空题

1. $Y \sim t(2)$;
2. $\chi^2(n)$;
3. $F(1, n)$;
4. $a = 1/4$; $b = 1/8$;
5. $\chi^2(2(n-1))$;

二、选择题

1. D ;
2. B ;
3. C ;
4. B ;
5. C

三、计算题

1. $n \geq 20$;
2. $E\bar{X} = \frac{3}{10}$; $E(S_n^2) = \frac{291(n-1)}{1000n}$;
3. $n \geq 34.5744$;
4. $c = \frac{\sqrt{6}}{2}$;
5. 略 ;
6. (1) $E\bar{X} = 0$; $D\bar{X} = \frac{1}{100}$;
(2) $ES^2 = \frac{1}{2}$;
(3) $P(|\bar{X}| > 0.02) = 0.8414$;

第七章 参数估计

一、填空题

1. $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - N^2$; $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - N)^2$;
2. 矩估计 $\bar{X} - 1/2$ 最大似然估计 $[X_{(n)}, X_{(1)}]$ 中的一切值;
3. $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 是无偏估计量, 不唯一;
4. $\frac{1}{2(n-1)}$;
5. $\sum_{i=1}^n \frac{X_i^2}{n} - \frac{\bar{X}}{n}$

二、计算题

1. (1) $\hat{\theta} = \frac{8}{1500} = 0.0053$; (2) $P(X \leq 30) = 0.655$;
2. 矩估计量 $\hat{\alpha} = \frac{1-2\bar{X}}{\bar{X}-1}$; 最大似然估计量 $\hat{\alpha} = -\left(\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i} + 1 \right)$;
3. $k = \sqrt{\frac{\pi}{2n(n-1)}}$;
4. (1) $\hat{\beta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (T_i - t_0)}$; (2) $\hat{t}_0 = \min\{T_i\}$;
5. (1) $\hat{p} = \frac{8}{15}$; (2) $\hat{p} = \frac{8}{15}$;
6. $\hat{\theta} = \min\{X_i\}$ $\hat{\theta}$ 不是 θ 的无偏估计量;
7. σ 的置信区间为 $[\sqrt{0.644}, \sqrt{3.275}] = [0.802, 1.810]$;

8. 置信区间为 $\left(\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2}(n_1 + n_2 - 2) S_w \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right) = [-0.958, 2.958]$;

9. 置信区间为 $\left(\bar{X} \pm \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) \right) = (6 \pm 1.249)$;

10. (1) $\hat{\mu} = 2$;

(2) $\hat{\sigma}^2 = 5.778$;

(3) 置信区间为 $\left(\bar{X} \pm \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}(n-1) \right) = (2 \pm 1.720)$;

第八章 假设检验

一、填空题

1. Z ;

2. (1) $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad |z| \geq z_{\alpha/2}$; (2) $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \quad |t| \geq t_{\alpha/2}(n-1)$

3. χ^2 检验法, $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$;

4. F 检验法, $F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(m, n)$;

5. $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad |z| \geq z_\alpha \quad t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \quad t \leq -t_\alpha(n-1)$;

二、计算题

1. 统计量观察值 $t = -1.036$ t 的观察值没有落在拒绝域中, 故接受原假设;

2. $t = -2.097 < t_\alpha = -1.8331$ 拒绝原假设;

3. $\chi^2 = 15.68 < \chi_\alpha^2(n-1) = 21.955$ 接受原假设;

4. $|U| = 6 > u_{\alpha/2} = 1.96$, 故拒绝原假设, 认为长度有显著变化;

5. 由于 $|U| = 1.7392 < u_{\alpha/2} = 1.96$, 故接受原假设, 认为强力没有显著变化;

6. $t = 2.2743 > t_{0.05}(58) = 1.645$ 故拒绝原假设, 可以断定甲厂产品比乙厂产品好;

7. (1) $|U_0| = 0.65\sqrt{10} = 2.06 > 1.96$ 故拒绝原假设 H_0 , 即不能认为平均折断力为 570 kg;

(2) $\chi_0^2 = 0.0362 / 0.0023 = 15.739 > 9.488$ 故拒绝原假设 H_0 ;

8. $|T| = 0.97 < t_{0.01}(9) = 2.82$ 接受原假设。