

《线性代数》模拟试卷（二十一）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 对于任意的两个矩阵 A, B ，一定有 $AB = BA$ 。
() 2. 初等矩阵都是可逆的。
() 3. 若行列式某两列元素对应成比例，则行列式为零。
() 4. 任何一个向量组的秩一定不超过其中向量的维数。
() 5. 非齐次线性方程组一定有解。

二、填空题（每小空 3 分，共 15 分）

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $AB - BA =$ _____.

2. 向量 $\alpha = (2, -1, 1)^T$ 由向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0)^T$, $\alpha_2 = (2, 1, 0)^T$, $\alpha_3 = (-1, 1, 1)^T$ 线性表示的表示式为_____.

3. 若 $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$, 则 $\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z-2 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$ _____.

4. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 秩为_____.

5. 设 2 为可逆矩阵 A 的一个特征值，则矩阵 $\left(\frac{1}{3}A\right)^{-1}$ 的特征值之一是_____.

三、单项选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 若 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ x & 3 & 1 \\ 4 & x & 5 \end{vmatrix}$ 中代数余子式 $A_{12} = -1$, 则 $A_{23} =$ () .

A. -2

B. 1

C. -1

D. 2

2. 设 A 为 n 阶方阵, $B = -A$, 则必有 ().

- A. $|B| = -|A|$ B. $|B| = |A|$ C. $|B| = (-1)^{2n}|A|$ D. $|B| = (-1)^n|A|$

3. 若齐次线性方程组 $\begin{cases} kx_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + kx_2 = 0 \end{cases}$ 只有零解, 则 k 必须满足 ().

- A. $k = 1$ 或 $k = -1$ B. $k \neq 1$ 且 $k \neq -1$ C. $k = 1$ D. $k = -1$

4. 设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} + a_{11} & a_{32} + a_{12} & a_{33} + a_{13} \end{pmatrix}$, $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 ().

- A. $P_1 A P_2 = B$ B. $A P_2 P_1 = B$ C. $P_2 P_1 A = B$ D. $P_1 P_2 A = B$

5. 四元线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_4 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_1 - x_4 = 0 \end{cases}$ 的基础解系是 ().

- A. $(0, 0, 0, 0)^T$ B. $(0, 0, 2, 0)^T$
C. $(1, 0, -1, 0)^T$ D. $(0, 0, 2, 0)^T$ 和 $(0, 0, 0, 1)^T$

6. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 6, 2)^T$, $\alpha_2 = (2, 1, 2, -1)^T$, $\alpha_3 = (1, -1, a, -2)^T$ 线性相关, 则 a 应满足条件 (). A. $a = 2$ B. $a \neq 2$ C. $a = -2$ D. $a \neq -2$

7. 设 ξ_1, ξ_2 为齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的解, η_1, η_2 为非齐次线性方程组 $Ax = \beta$ 的解, 则 ().

- A. $\xi_1 + \xi_2$ 为 $Ax = 0$ 的解 B. $\eta_1 - \eta_2$ 为 $Ax = \beta$ 的解
C. $\eta_1 + \eta_2$ 为 $Ax = \beta$ 的解 D. $2\xi_1 + \eta_1$ 为 $Ax = 0$ 的解

8. 设 A 是 n 阶方阵, 则 $|A| = 0$ 的充分必要条件为 ().

- A. $r(A) = n$ B. A 的某两行对应元素成比例

C. A 的列向量组线性相关 D. A 的某个列向量可由其余列向量线性表示

四、计算题（共 6 小题，共 51 分）

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -5 \end{vmatrix}$ 的值. (7 分)

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 5 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$, 求 $A_{41} + 2A_{42} + 3A_{44}$ 的值. (8 分)

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 判断矩阵 A 是否可逆若可逆求其逆矩阵. (7 分)

4. 解矩阵方程 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -5 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. (7 分)

5. 求非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - 4x_4 = 3 \end{cases}$$
 的通解. (12 分)

6. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)