

《概率论与数理统计》模拟试卷 5

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、单选题.

1. 设 A, B 互不相容, 且 $P(A) > 0, P(B) > 0$ 则必有 ().
A. $P(B|A) > 0$ B. $P(A|B) = P(A)$
C. $P(A|B) = 0$ D. $P(AB) = P(A)P(B)$
2. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为总体 $N(1, 2^2)$ 的一个样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 则下列结论中正确的是 ().
A. $\frac{\bar{X} - 1}{2/\sqrt{n}} \sim t(n)$ B. $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim F(n, 1)$
C. $\frac{\bar{X} - 1}{\sqrt{2}/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ D. $\frac{1}{4} \sum_{i=1}^n (X_i - 1)^2 \sim \chi^2(n)$
3. 若随机向量 (X, Y) 服从二维正态分布, ① X, Y 一定相互独立; ② 若 $\rho_{XY} = 0$, 则 X, Y 一定相互独立; ③ X 和 Y 都服从一维正态分布; ④ 若 X, Y 相互独立, 则 $Cov(X, Y) = 0$. 以上几种说法中正确的是 ().
A. ① ② ③ ④ B. ② ③ ④ C. ① ③ ④ D. ① ② ④
4. 设随机变量 X, Y 相互独立且 $D(X) = 4, D(Y) = 2$, 则 $D(3X - 2Y) = ()$.
A. 8 B. 16 C. 28 D. 44
5. 设随机变量 $X \sim N(1, 2^2)$, $(X_1, X_2, \dots, X_{100})$ 是来自 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 已知 $Y = a\bar{X} + b$, 且 $Y \sim N(0, 1)$, 则有 ()

A. $a = -5, b = 5$

B. $a = 5, b = -5$

C. $a = \frac{1}{5}, b = -\frac{1}{5}$

D. $a = -\frac{1}{5}, b = \frac{1}{5}$

二、填空题.

1. 四个人独立地破译一份密码，已知各人能译出的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ ，则密码能被译出的概率是_____.

2. 若随机变量序列 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 相互独立服从同一分布，且数学期望为

μ ，方差为 σ^2 ，设 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ，则 $E\bar{X} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $D\bar{X} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 $X \sim N(0,1), Y \sim \chi^2(n)$ ，且 X, Y 相互独立，则 $\frac{X}{\sqrt{Y}} \sqrt{n} \sim \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知正常男人血液中，每一毫升中白细胞的平均数为 7300，均方差为 700，则由切比雪夫不等式可知，每毫升含白细胞数在 5200 ~ 9400 之间的概率 P 满足：_____.

5. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$ ，令 $Y = -2X$ ，则 Y 的概率密度

$f_Y(y)$ 为_____.

三、证明题.

1. 设随机变量 X 的分布律为 $P\{X = (-1)^{j+1} \frac{3^j}{j}\} = \frac{2}{3^j}$ ， $j = 1, 2, \dots$ ，证明 X 的

数学期望不存在.

2. 设随机变量 (X, Y) 具有分布函数

$$F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-ax})y, & x \geq 0, 0 \leq y \leq 1, \\ 1 - e^{-ax}, & x \geq 0, y > 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad a > 0, \text{ 证明: } X, Y \text{ 相互独立.}$$

四、计算题.

1. 盒中放有 6 个乒乓球，其中 2 个是旧的。第一次比赛时从中任取 1 个来用，比赛后仍放回盒中，第二次比赛时再从盒中任取 1 个。（1）求第二次取出的球是新球的概率。（2）如果第二次取到的是新球，求第一次取到的新球的概率。

2. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad \theta > -1; (X_1, X_2, \dots, X_n)$$

是来自 X 的样本，求未知参数 θ 的最大似然估计。

3. 随机抽取某种炮弹 9 发做实验，测得炮口速度的样本标准差 $S = 3(m/s)$ ，设炮口速度服从正态分布，求这种炮弹的炮口速度的方差 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间。

(已知: $\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$, $\chi^2_{0.975}(8) = 2.18$; $\chi^2_{0.025}(9) = 19.02$, $\chi^2_{0.975}(9) = 2.7$)

4. 正常人的脉搏平均为 72 次/分，今对某种疾病患者 9 人，测得其脉搏为 (次/分): 68 65 77 70 64 69 72 62 71. 设患者的脉搏次数 X 服从正态分布，经计算得其标准差为 4.583. 试在显著水平 $\alpha = 0.1$ 下，检测患者的脉搏与正常人的脉搏有无显著差异？

(已知: $t_{0.05}(9) = 1.833$, $t_{0.05}(8) = 1.860$ $z_{0.05} = 1.645$, $z_{0.025} = 1.960$)

5. 下表数据是退火温度 $x(^{\circ}C)$ 对黄铜延性 Y 效应的实验结果， Y 是以延长度计算的。

$x(^{\circ}C)$	300	400	500	600	700
$y(\%)$	40	50	55	60	67

求 Y 对于 x 的线性回归方程.