

《线性代数》第四章 向量组的线性相关性 测试试卷(二)

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 设 $A_{2 \times 3} X_{3 \times 1} = 0$ 的解的情况 ()
A. 无解 B. 有唯一解 C. 无法确定 D. 有无穷解
2. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则下列向量组线性无关的是 ()
A. $\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_2 - \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$ B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1 - \alpha_2$
C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2$ D. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$
3. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, 则下列向量组中线性无关的是 ()
A. $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, 2\alpha_1 - 3\alpha_2 + 22\alpha_3, 3\alpha_1 + 5\alpha_2 - 5\alpha_3$
B. $\alpha_1 + 2\alpha_2, 2\alpha_2 + 3\alpha_3, \alpha_1 + 3\alpha_3$
C. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3$
D. $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 - \alpha_1$
4. 从 R^2 的基 $\alpha_1 = (1, 0)^T, \alpha_2 = (1, -1)^T$ 到基 $\beta_1 = (1, 1)^T, \beta_2 = (1, 2)^T$ 的过渡矩阵为 ()
A. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$
5. 对非齐次线性方程组 $A_{m \times n} x = b$, 设 $R(A) = r$, 则 ()
A. $r = n$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有唯一解 B. $r = m$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有解
C. $r < n$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有无穷多解 D. $m = n$ 时, 方程组 $Ax = b$ 有唯一解

6. 下列选项中, () 是齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 3x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 - 5x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ 的一个基础解系

A. $\xi = (1, 0, 1, 0)^T$ B. $\xi_1 = (-1, 0, 1, 0)^T, \xi_2 = (2, 1, 0, 0)^T$

C. $\xi_1 = (1, 0, -1, 0)^T, \xi_2 = (-2, 1, 0, 0)^T$

D. $\xi_1 = (1, 0, 1, 0)^T, \xi_2 = (-2, 1, 0, 0)^T$

7. 设有向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 4)^T, \alpha_2 = (0, 3, 1, 2)^T, \alpha_3 = (3, 0, 7, 14)^T,$

$\alpha_4 = (1, -2, 2, 0)^T, \alpha_5 = (2, 1, 5, 10)^T$, 则该向量组的最大线性无关组是 ()

A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5$ C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ D. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_5$

8. 若 η_1, η_2, η_3 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系, 则下列向量组中 () 不是 $Ax=0$ 的基础解系

A. $\eta_1, 2\eta_2, 3\eta_3$ B. $\eta_1 - \eta_2, \eta_2 - \eta_3, \eta_3 - \eta_1$ C. $\eta_1, \eta_2 - \eta_3, \eta_3$ D. $\eta_1, \eta_1 - \eta_2, \eta_1 - \eta_2 - \eta_3$

9. 设 A 是 n 阶方阵, 则非齐次线性方程组 $Ax=\beta$ 有无穷多解的充要条件是 ()

A. $|A|=0$ B. $Ax=0$ 有非零解 C. $R(A)=R(A, \beta)=n$ D. $R(A)=R(A, \beta)<n$

10. 给定齐次线性方程组的系数矩阵, 则只有零解的齐次线性方程组的系数矩阵为 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 17 & 0 & 1 & 0 \\ 20 & 13 & 18 & 1 \end{pmatrix}$

11. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & p+2 \\ 2 & 2 & t \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, 方程组 $Ax=\beta$ 无解, 则 t 和 p 满足的关系式是 ()

A. $t = 2p + 1$ B. $t \neq 2p$ C. $t = 2p$ D. $t \neq 2p + 1$

12. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ -2x_1 + 6x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$ 的一组基础解系由 () 个向量组成

A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 向量组 $\alpha_1 = (1+t, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 1+2t, 1)^T$, $\alpha_3 = (1, 1, 1+3t)^T$, $\beta = (0, t, t^2)^T$, 当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 唯一线性表示.

2. 已知向量 $\alpha = (6, -1, 2)^T$, 且 $2\alpha + 3\beta = (9, -1, 13)^T$, 则 $\alpha - 2\beta = (8, -1, c)^T$ 中的 $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0, 2)^T$, $\alpha_2 = (0, 1, 5, 0)^T$, $\alpha_3 = (2, 1, t+2, 4)^T$ 的秩为 2, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 向量 $\alpha = \begin{pmatrix} b \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, 若 $A\alpha$ 与 α 线性相关, 则 $b = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 已知方程组 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + kx_2 - x_3 = 0 \\ kx_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 k 必须满足 $\underline{\hspace{2cm}}$.

6. 已知方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 = 1 \end{cases}$ 无解, 则 $\lambda = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、简答题 (共 40 分)

1. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 0, 0, 2)^T$, $\alpha_3 = (-1, -4, -8, k)^T$, 讨论向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性相关性. (6 分)

2. 求非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$ 的通解. (10 分)

3. 求向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 0)^T$, $\alpha_2 = (2, 1, 3)^T$, $\alpha_3 = (3, 1, 2)^T$

$\alpha_4 = (5, 0, 7)^T$ 的秩与一个最大线性无关组, 并把不属于最大无关组中的向量用最大无关组线性表示. (10 分)

4. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 1)^T$, $\alpha_2 = (2, 3, 3)^T$, $\alpha_3 = (3, 7, 1)^T$,

$\beta_1 = (3, 1, 4)^T$, $\beta_2 = (5, 2, 1)^T$, $\beta_3 = (1, 1, -6)^T$ (14 分)

(1) 验证 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 都是 R^3 的基.

(2) 求由前一组基到后一组基的过渡矩阵.

(3) 求向量 $\eta = (0, -2, 3)^T$ 在这组基下的坐标.