

《概率论与数理统计》模拟试卷 7

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题.

1. 对立事件一定是互斥事件. ()
2. 概率为 1 的事件, 不一定是必然事件. ()
3. 对于任意的 X, Y 都有 $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$. ()
4. 样本方差 S^2 是总体方差 σ^2 的有偏估计. ()
5. 检验假设的方法是依据小概率事件原理. ()

二、选择题.

1. 设事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则有 ().
A. $P(B|A) = 0$ B. $P(A|B) = P(A)$
C. $P(A|B) = 0$ D. $P(AB) = P(A)$
2. 设 X 的分布函数 $F(x)$ 和密度函数 $f(x)$, 下列选项中正确的是 ().
A. $0 \leq F(x) \leq 1$ B. $0 \leq f(x) \leq 1$
C. $P\{X = x\} = F(x)$ D. $P\{X = x\} = f(x)$
3. 设 $g(x) = \lambda e^{-3x}, x \geq 0$ 是概率密度, 则常数 $\lambda =$ ().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 若 $X \sim N(1, 4), Y \sim N(1, 9)$ 且 $\rho_{XY} = 0.45$, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$ ().
A. 2.4 B. 2.5 C. 2.6 D. 2.7
5. 在假设检验中, 犯第二类错误 β 是 ().
A. $P(\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真})$ B. $P(\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 为真})$
C. $P(\text{接受 } H_0 | H_0 \text{ 为假})$ D. $P(\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为假})$

三、填空题.

1. 现从含有 2 个次品的 10 个零件中, 任取两次, 每次随机取一个, 取后不放回, 则事件 $A =$ “两个都是次品” 的概率 $P(A) =$ _____.

2. 设 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} Ax^2 & (0 \leq x \leq 2), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$ 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设 X 为随机变量, 若 $E(X) = 2$, $\text{Var}\left(\frac{X}{2}\right) = 1$, 则 $E[(X-2)^2] = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设随机变量 X 的期望为 $E(X) = \mu$, 方差为 $\text{Var}(X) = \sigma^2$, 根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X - \mu| \geq 3\sigma\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 估计量的优良性包括 、 和 .

四、证明题.

1. 设事件 A, B , 证明: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
2. 设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布, 其分布密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & (x \geq 0,) \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \text{ 其中未知参数 } \lambda > 0.$$

$(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自总体 X 的一个样本, 其观测值为 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$,
且 $x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$

证明: λ 的最大似然估计量 $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}}$.

五、计算题.

1. 王教授要参加学术会议, 他乘汽车、火车的概率分别是 0.4 和 0.6, 而汽车和火车晚点到达的概率分别是 0.9 和 0.8, 则: (1) 李教授正点到达的概率有多大? (2) 若已知李教授晚点到达, 则他是乘火车的概率为多大?
2. 设某次考试的学生成绩服从正态分布, 且标准差为 16, 从中随机抽取 36 位考生的成绩, 算得平均成绩为 66.5 分, 样本方差 $s^2 = 225$, 问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 是否可以认为这次考试考生的成绩的方差是 256?

$$(\chi^2_{0.01}(35) = 57.342 \quad ; \quad \chi^2_{0.025}(35) = 53.203 \quad ;$$

$$\chi^2_{0.975}(35) = 20.569 \quad ; \quad \chi^2_{0.99}(35) = 18.509)$$

3. 根据经验, 已知某种清漆的干燥时间总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现随机抽取 9 个样品测其干燥时间的样本均值为 $\bar{x} = 6$, 样本方差 $s^2 = (0.7)^2$, 求 μ 的置信度为 95% 的置信区间? ($t_{0.01}(8) = 2.896$, $t_{0.025}(8) = 2.306$; $t_{0.05}(8) = 1.86$)

4. 某地区 1996 年—2000 年居民消费支出和收入金额资料如下:

收入 X (亿元)	64	70	77	82	92
消费支出 Y (亿元)	56	60	66	75	88

建立该地区消费支出 Y 对收入 X 的直线回归方程?