

《线性代数》模拟试卷（五）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（下列命题正确的打√，错误的打×，每小题 2 分，共 10 分）

1. 行列式为零，则必有两行元素成比例。 ()
2. 两个非零矩阵的乘积仍是非零的。 ()
3. 非齐次线性方程组必有解。 ()
4. 包含零向量的向量组线性相关。 ()
5. 零向量与任意向量正交。 ()

二、选择题（从 A、B、C、D 中选出一个正确答案，每小题 4 分，共 20 分）

1. n 级行列式 D 的元素 a_{ij} 的余子式 M_{ij} 与代数余子式 A_{ij} 的关系是 ()

A. $M_{ij} = -A_{ij}$ B. $A_{ij} = M_{ij}$ C. $M_{ij} = (-1)^n A_{ij}$ D. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

2. n 阶矩阵 A 可逆的充分必要条件是 ()

A. $|A|=1$ B. $|A|=0$ C. $|A| \neq 0$ D. $A^T = A$

3. 若齐次线性方程组 $\begin{cases} kx_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + kx_2 = 0 \end{cases}$ 只有零解，则 k 必须满足 ()

A. $k=1$ 或 $k=-1$ B. $k \neq 1$ 且 $k \neq -1$ C. $k=1$ D. $k=-1$

4. 设 A 为 n 阶矩阵，且 $|A|=0$ ，则有 ()

A. A 的列向量线性相关 B. A 的列向量线性无关

C. A 的行秩为 0 D. A 的秩为 n

5. 设 A 为 n 阶矩阵，则有 ()

- A. A 的特征值为 1 B. A 的特征值不为 2
C. A 的特征向量为 0 D. A 的特征向量不为 0

三、填空题（请用正确答案填空，每小题 4 分，共 20 分）

- 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$ 中，代数余子式 $A_{22} = -3$ ，则 $x =$ _____。
- 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ k_1 & k_2 \end{pmatrix}$ 的秩为 1，则 k_1, k_2 必满足_____。
- 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases}$ 的一个基础解系是 _____。
- 向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0), \alpha_2 = (0, 2, 0), \alpha_3 = (0, 0, 3)$ 的秩为_____。
- 正交向量组 $\alpha_1 = (1, -1), \alpha_2 = (1, 1)$ 单位化为_____。

四、计算题（每小题 10 分，共 40 分）

- 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 。

2. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵。

3. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 3), \alpha_2 = (-1, 1, -1), \alpha_3 = (2, 0, 4), \alpha_4 = (-1, 3, 1)$ 的一个极大无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示。

4. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量。

五、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

1. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，证明向量组 $\alpha_1 + \alpha_2, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_3 + \alpha_1$ 线性无关。

2. 设 A 是正交矩阵，证明 A 的行列式的值为 1 或 -1 。