

《概率论与数理统计》模拟试卷 2

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、单选题.

1. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $A \subset B$, 则下列等式不一定正确的是 ().
A. $P(B-A) = P(B) - P(A)$ B. $P(AB) = P(A)P(B)$
C. $P(B\bar{A}) = P(B) - P(AB)$ D. $P(A \cup B) = P(B)$
2. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$, 令 $Y = -2X + 3$, 则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为 ().
A. $-\frac{1}{2} f_X(-\frac{y-3}{2})$ B. $\frac{1}{2} f_X(-\frac{y-3}{2})$
C. $-\frac{1}{2} f_X(-\frac{y+3}{2})$ D. $\frac{1}{2} f_X(-\frac{y+3}{2})$
3. 若随机变量 X 与 Y 相互独立, 则 ().
A. $D(X-3Y) = DX - 9DY$ B. $D(XY) = DX DY$
C. $E(XY) = EX \cdot EY$ D. $P\{Y = aX + b\} = 1$
4. 设总体 X 的数学期望 $E(X) = \mu$, 方差 $D(X) = \sigma^2$, X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 X 的简单随机样本, 则下列 μ 的估计量中最有效的是 ().
A. $\frac{1}{6}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{3}X_3 + \frac{1}{3}X_4$ B. $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3$
C. $\frac{3}{5}X_1 + \frac{4}{5}X_2 - \frac{1}{5}X_3 - \frac{1}{5}X_4$ D. $\frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3 + \frac{1}{4}X_4$
5. 假设检验中, 设 H_0 为原假设, H_1 为备择假设, 下列说法正确的是 ().
A. 拒绝 H_0 则认为 H_0 是错的
B. H_1 不真时接受 H_1 称为犯第二类错误
C. 设 $P\{\text{拒绝}H_0 \mid H_0\text{真}\} = \alpha$, $P\{\text{接受}H_0 \mid H_0\text{不真}\} = \beta$, 则 $\alpha + \beta = 1$
D. α 、 β 的意义同 C, 当样本容量一定时, α 变大时则 β 变小

二、填空题.

1. 设一次试验中事件 A 发生的概率为 p ，现重复进行 n 次独立试验，则事件 A 至多发生一次的概率为_____.
2. 设随机变量 $X \sim N(2, 9)$ ，且 $P\{X \geq 2\} = P\{X \leq c+2\}$ ，则 $c =$ _____.
3. 若随机变量 $X \sim b(400, 0.8)$ ，根据中心极限定理， $P\{X \leq 320\} \approx$ _____.
4. 设随机变量 $X \sim U[0, 2]$ ， $Y = 2X + 1$ ，则 $EY =$ _____.
5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为总体 X 的样本，设 $\bar{X}, S^2$ 分别为样本均值和样本方差， z_α 为标准正态分布的上 α 分位点，则当 σ^2 已知时，总体均值 μ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为_____.

三、证明题.

1. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为总体 X 的样本，设 $\bar{X}, S^2$ 分别为样本均值和样本方差，证明 $\bar{X}, S^2$ 分别为 μ 与 σ^2 的无偏估计.
2. 设随机变量 (X, Y) 具有分布律 $P\{X = x, Y = y\} = p^2(1-p)^{x+y-2}$. 其中 $0 < p < 1$ ， x, y 均为正整数. 证明 X, Y 相互独立.

四、计算题（每小题 11 分，共 55 分）

1. 设考生的报名表来自三个地区，分别有 10 份，15 份，25 份，其中女生的分别为 3 份，7 份，5 份. 随机不放回地从一地区中先后任取两份报名表，求：(1) 后取的那份报名表是女生的概率 p ；(2) 已知后取到的报名表是男生的，而先取的那份报名表是女生的概率 q .

2. 设总体 X 的概率密度为：
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中参数 $\theta > 0$ 未知， $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体的一个样本，求参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量.

3. 按规定, 某灯泡厂生产的灯泡平均寿命不得小于 1120 小时, 现从一批新生产的灯泡中抽取 9 个样本, 测得其平均寿命为 1070 小时, 样本标准差 $S = 109$ 小时, 假设灯泡寿命服从正态分布. 问在 $\alpha = 0.05$ 显著性水平下, 检测该批灯泡是否符合要求.

(已知: $t_{0.05}(9)=1.833$, $t_{0.05}(8)=1.860$ $z_{0.05}=1.645$, $z_{0.025}=1.960$)

4. 设 (X,Y) 有联合分布密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases} Ae^{-(4x+3y)}, & x>0,y>0, \\ 0 & \text{其他.} \end{cases}$$

求 (1) 常数 A ; (2) 判断 X 与 Y 是否相互独立, 为什么?

(3) 求概率 $P\{0 < X < 1, 0 < Y < 1\}$.

5. 某房地产投资公司出售五个楼盘面积与售价资料如下:

楼盘面积 x (百平方米)	9	15	10	11	10
售价 y (千元)	36	80	44	55	35

试建立售价 y 对楼盘面积 x 的直线回归方程?