

《线性代数》模拟试卷（二十）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 对于任意的两个矩阵 A, B ，一定有 $AB = BA$.
- () 2. 设 A 为初等矩阵，则 $A^{-1} = A$.
- () 3. 交换行列式的两行行列式的值变号.
- () 4. 任何一个线性方程组都可以用克莱默法则求解.
- () 5. 任一含有零向量的向量组必定线性相关.

二、填空题（每小空 3 分，共 15 分）

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 的最简形矩阵为_____.

3. 排列 41253 的逆序数为_____.

4. 向量 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$ 与 $\alpha_2 = (2, 2, 2)^T$ 线性相关还是线性无关? _____.

5. 行列式 $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 4 & 6 & x \\ -4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ 中元素 x 的余子式为_____.

三、单项选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 若 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{vmatrix} = 0$ ，则 $x = (\quad)$.

A. 2 或 -3 B. 2 或 3 C. -2 或 3 D. -2 或 -3

2. 设 A, B 为任意方阵，则必有 () .

A. $AB=0$, 则 $A=0$ 或 $B=0$

B. $(AB)^T = A^T B^T$

C. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

D. $A^2 + AB = 0$ 且 A 可逆, 则 $A+B=0$

3. 设齐次线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解, 则 λ 为 ().

A. 1

B. 2

C. 0

D. -1

4. 向量 $\beta = (-1, 1, 0, 1)^T$ 由向量组 $\alpha_1 = (5, 0, 1, 2)^T$, $\alpha_2 = (4, 1, 0, 1)^T$,

$\alpha_3 = (1, 1, 1, 0)^T$ 线性表示的表示式是 ().

A. $\beta = 2\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3$

B. 不能表示

C. $\beta = 2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3$

D. $\beta = 2\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$

5. 向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 1)^T$, $\alpha_2 = (2, 3, 5)^T$, $\alpha_3 = (1, 1, 2)^T$ 的秩为 ().

A. 3

B. 1

C. 4

D. 2

6. 设 $\alpha_1 = (1, -1, 0)^T$, $\alpha_2 = (1, 2, 3)^T$, $\alpha_3 = (2, 0, 2)^T$, $\alpha_4 = (3, 1, 4)^T$, 则下列不是该向量组的极大线性无关组的是 ().

A. α_1, α_3

B. α_1, α_2

C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

D. α_2, α_3

7. 设 η_1, η_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个不同的解, 则下面成立的是 ().

A. $2\eta_1 - 3\eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

B. $3\eta_1 - 2\eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

C. $\eta_1 + \eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

D. $\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

8. 设 $\lambda = 2$ 为可逆矩阵 A 的一个特征值, 则矩阵 $\left(\frac{1}{3}A^2\right)^{-1}$ 有一个特征值等于 ().

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

四、计算题 (共 6 小题, 共 51 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 的值. (7 分)

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & -6 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, 求 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$ 的值. (8 分)

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 判断矩阵 A 是否可逆若可逆求其逆矩阵. (7

分)

4. 解矩阵方程 $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$. (7 分)

5. 求非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$
 的通解. (12 分)

6. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)