

《线性代数》第三章 矩阵的初等变换 与线性方程组测试试卷（一）

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 下列矩阵为最简阶梯形的是（ ）

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2. 设 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & a \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ 有相同的标准形，则 a 的取值范围是（ ）

A. $a \neq 2$ B. $2 < a < 4$ C. $a \neq 3$ D. $1 < a < 3$

3. 关于矩阵的初等变换，下列说法错误的是（ ）

- A. 任一矩阵 A 可经过若干次初等行变换化为行阶梯形矩阵
B. 一个可逆的行阶梯形矩阵一定是单位阵
C. 初等变换之逆变换也是同类型的初等变换
D. 若 A 可经若干次初等行变换化为 B ，则 B 也可经若干次初等行变换化为 A

4. 设 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ ，则 $A =$ （ ）

A. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 7 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 3 & 3 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}$

5. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ ，存在可逆矩阵 P ，使得 PA 为 A 的行最简形矩阵，则矩阵 P 为（ ）

A. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

6. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$, 且 $AX=B$, $R(X)=2$, 则 $a=(\quad)$

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 0

7. 已知矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 & 3 \\ 2 & -1 & b & 4 \\ 1 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, 则它的秩达到最小时, 参数 a, b 的值为 $(\quad)$

- A. -6, 5 B. 2, 3 C. -4, 3 D. -3, 2

8. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, 则齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解的充要条件是 $(\quad)$

- A. $R(A) < n$ B. $m > n$ C. $|A|=0$ D. $m < n$

9. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, $Ax=0$ 是非齐次线性方程组 $Ax=b$ 所对应的齐次线性方程组, 则下列结论正确的是 $(\quad)$

- A. 若 $Ax=0$ 仅有零解, 则 $Ax=b$ 有唯一解
 B. 若 $Ax=b$ 有无穷多个解, 则 $Ax=0$ 有非零解
 C. 若 $Ax=0$ 有非零解, 则 $Ax=b$ 有无穷多个解
 D. 若 $Ax=b$ 有无穷多个解, 则 $Ax=0$ 仅有零解

10. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -1 \\ 2 & -4 & 8 & 0 \\ -2 & 4 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 0 & -6 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 及矩阵 $B=(A, b)$ 的秩分别为 $(\quad)$

- A. $R(A)=2, R(A, b)=3$ B. $R(A)=2, R(A, b)=4$
 C. $R(A)=R(A, b)=2$ D. $R(A)=R(A, b)=3$

11. 设方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = a \\ x_2 - x_3 = b \\ x_3 - x_4 = c \\ x_4 - x_5 = d \\ x_5 - x_1 = e \end{cases}$ 有解, 则 a, b, c, d, e 满足 $(\quad)$

- A. $a=b=c, d=e$ B. $a=b=c=d=e$ C. $a+b+c+d+e=0$ D. $abcde \neq 0$

12. 设线性方程组
$$\begin{cases} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = \lambda \end{cases}$$
 无解, 则下列条件正确的是()

- A. $\lambda \neq 0$ 且 $\lambda \neq -3$ B. $\lambda = 0$ C. $\lambda = 0$ 或 $\lambda = -3$ D. $\lambda = -3$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 对矩阵
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
, 依次实施初等变换 $r_3 + (-4)r_1$, $r_3 + (-1)r_2$, $c_3 + 11c_4$ 后,

得到的矩阵为_____.

2. 矩阵
$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & -9 & -7 \\ -1 & -2 & -1 & 3 & 1 \\ -2 & -3 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -3 & -6 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$
 的行最简形矩阵为_____.

3. 设
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & a & 4 \end{pmatrix}$$
 的标准形为
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
, 则 $a =$ _____.

4. 设矩阵
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
, 则矩阵 A 的秩为_____.

5. 矩阵
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
, 则矩阵 A 的最高阶非零子式的阶数是_____.

6. 当 $\lambda =$ _____ 时, 方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = \lambda \end{cases}$$
 有解.

三、简答题 (共 40 分)

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, 且满足 $AB = A + 2B$, 求矩阵 B . (9 分)

2. 用矩阵变换法求矩阵的逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. (9 分)

3. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & \lambda & -1 & 2 \\ 5 & 3 & \mu & 6 \end{pmatrix}$, 已知 $r(A) = 2$, 求 λ 与 μ 的值. (6 分)

4. 设线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = \lambda - 3 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = -2 \end{cases}$, 讨论 λ 取何值时, 方程组无解? 有唯一解? 有无穷多解? 在方程组有无穷多解时, 求其通解. (15 分)