

《线性代数》第三章 矩阵的初等变换 与线性方程组测试试卷（三）

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 16 & -7 & -5 & 5 \\ 1 & -5 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -11 & 5 & 4 & -4 \\ 2 & 6 & -3 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ 的标准形是 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. 设 A, B 都是 n 阶非零矩阵, 且 $AB=0$, 则 A 和 B 的秩 ()

A. 都小于 n B. 一个小于 n , 一个等于 n C. 必有一个等于零 D. 都等于 n

3. 设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} + a_{11} & a_{32} + a_{12} & a_{33} + a_{13} \end{pmatrix}$, $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

$P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则必有 ()

A. $P_1 A = B$ B. $A P_1 = B$ C. $A P_2 = B$ D. $P_2 A = B$

4. 已知 A 有一个 r 阶子式不等于零, 则秩 $r(A) =$ ()

A. $\geq r$ B. $\leq r$ C. $=r$ D. $=r+1$

5. 当 λ 为何值时, 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩最小 ()

A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

6. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 已知齐次线性方程组 $AX=0$ 只有零解, 则下列结论正确的是 ()

A. $R(A)=n$

B. $R(A)=m$

C. 非齐次线性方程组 $AX=b$ 必有唯一解

D. $m \geq n$

7. 三元线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 7 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$
 的解为 ()

A. 3, -1, 1

B. 3, 1, -1

C. 3, 1, 1

D. -3, -1, -1

8. 若一个 n 阶方阵 A 的行列式值不为零, 则对 A 进行若干次矩阵的初等变换后, 其行列式的值 ()

A. 保持相同的正负号

B. 可以变成任何值

C. 保持不变

D. 保持不为零

9. 若齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_2 + 5x_3 = 0 \\ -3x_1 - 2x_2 + kx_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解, 则 $k = ()$

A. 7

B. 6

C. 4

D. 2

10. 给定矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 以下矩阵是 A 的行最简形矩阵的为 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

11. 给定齐次线性方程组的系数矩阵, 则只有零解的齐次线性方程组的系数矩阵为 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 17 & 0 & 1 & 0 \\ 20 & 13 & 18 & 1 \end{pmatrix}$

12. 用初等矩阵 $P(j+i(k))$ 右乘矩阵 A , 得到乘积 $AP(j+i(k))$, 它相当于 ()

A. 用数 i 乘以 A 的第 k 列加到第 j 列上

B. 用数 k 乘以 A 的第 j 列加到第 i 列上

C. 用数 k 乘以 A 的第 i 列加到第 j 列上

D. 用数 i 乘以 A 的第 j 列加到第 k 列上

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 8 & -4 & 12 \\ 3 & 6 & -3 & k \end{pmatrix}$, 若 $R(A)=1$, 则 $k =$ _____.

2. 矩阵 $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & -4 & -2 & 9 \\ 3 & 3 & -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ 的等价标准形_____.

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 的秩为_____.

4. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 的最高阶非零子式的阶数是_____.

5. 非齐次线性方程组 $\begin{cases} -3x_1 + 3x_2 + \lambda x_3 = 1 \\ 3x_1 + \lambda x_2 + 3x_3 = 2 \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$ 有唯一解, 则 $\lambda =$ _____.

6. 设 $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$, 且 $AX=B$, 求 $X =$ _____.

三、简答题 (共 40 分)

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 A 的秩, 并求 A 的一个最高阶非零子式.

(10 分)

2. 用矩阵变换法求矩阵的逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$. (9 分)

3. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ a+1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 问 a 为何值时, $R(A)=2$; a 为何值时, $R(A)=3$. (10 分)

4. 求解非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 = 0 \end{cases}$$
. (11 分)