

《线性代数》模拟试卷（九）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 任意一个排列经过一个对换后，其奇偶性不变.
- () 2. 矩阵的乘法满足交换律.
- () 3. 如果 $r(A) < n$ ，当且仅当 $Ax = 0$ 有非零解.
- () 4. 初等变换不改变矩阵的秩.
- () 5. 集合 $S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}, x \in R \right\}$ 是一个向量空间.

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =$ _____.

2. 矩阵 $\begin{pmatrix} x-1 & 3 \\ 3 & x-1 \end{pmatrix}$ 可逆，则 x 必满足_____.

3. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 的标准形矩阵是_____.

3. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ 的标准形矩阵是_____.

4. 向量 $\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 的单位化向量为_____.

三、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 若 $\begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & \lambda_2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ ，则 λ_1, λ_2 必须满足()

A. $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 0$

B. $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$

C. $\lambda_1 = 2, \lambda_2$ 可为任意数

D. λ_1, λ_2 均可任意数

2. 设 A 是 4 阶矩阵， $|A| = -3$ ，则 $\|A\|A\| =$ ()

A. 9

B. 3^5

C. 27

D. -3^5

3. 设 A, B 均为 n 阶矩阵，下列关系一定成立的是()

A. $(AB)^2 = A^2B^2$ B. $(AB)^T = A^TB^T$ C. $|A+B| = |A|+|B|$ D. $|AB| = |BA|$

4. 当 a 取何值时，线性方程组 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = a \end{cases}$ 有解()

A. 5

B. 0

C. 1

D. 2

5. 设 A 为 n 阶矩阵，且 $|A| \neq 0$ ，则有 ()

A. A 的列向量线性相关

B. A 的行秩为 0

C. A 的列向量线性无关

D. A 的行向量线性相关

6. 设 $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ ，若 $PA = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}$ ，则 $P =$ ()

A. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

7. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T, \alpha_2 = (1, 1, 0)^T, \alpha_3 = (1, 0, 0)^T$ 向量 $\beta = (0, 3, 1)^T$ 可表示为

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性组合： $\beta = a\alpha_1 + b\alpha_2 + c\alpha_3$ ，则 a, b, c 应满足条件()

A. 1, -2, 3

B. 1, 2, -3

C. -1, -2, -3

D. 1, 2, 3

8. 设向量组 $\alpha_1 = (0, 1, -2, 3)^T$, $\alpha_2 = (3, -2, 4, 3)^T$, $\alpha_3 = (2, 0, 6, 3)^T$, $\alpha_4 = (-1, 2, -6, 4)^T$,

下列不是该向量组的极大线性无关组的是()

A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$

C. $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$

D. α_2, α_3

四、计算题 (共 50 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ 的值. (6 分)

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 9 & 12 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & 6 & 4 & 3 \end{vmatrix}$, 求 $A_{41} + 2A_{42} + 3A_{44}$ 的值. (7 分)

3. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$ 与同阶矩阵 X 满足 $X - A = AX$, 求 X . (8 分)

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$, 求矩阵 A 的秩 $r(A)$. (5 分)

5. 用基础解系表示如下线性方程组的全部解 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$. (14 分)

6. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)