

《线性代数》模拟试卷(一)

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

- () 1. 任意一个排列经过一个对换后奇偶性改变.
- () 2. 将行列式转置, 行列式的值改变.
- () 3. 对于任意的两个矩阵 A, B , AB 一定有意义.
- () 4. 零向量是任何一组向量的线性组合.
- () 5. 齐次线性方程组一定有解.

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

1. $\begin{vmatrix} 1 & \log_b a \\ \log_a b & 1 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设 A 为三阶矩阵, 若已知 $|A|=1$, 求 $|2|A|A^T| = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 2), \alpha_2 = (0, 1, 1), \alpha_3 = (3, -1, 4), \alpha_4 = (1, 1, 1)$ 的秩为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. 行列式 $\begin{vmatrix} k & 2 & 1 \\ 2 & k & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 的充分必要条件是 ()

- A. $k = -2$ B. $k = 3$ C. $k \neq -2$ 且 $k \neq 3$ D. $k = -2$ 或 $k = 3$

2. 下列选项中不属于五阶行列式 $|a_{ij}|$ ($i, j = 1, 2, \dots, 5$) 中的一项是 ()

- A. $a_{11}a_{23}a_{32}a_{45}a_{54}$ B. $-a_{51}a_{12}a_{43}a_{34}a_{25}$ C. $-a_{13}a_{52}a_{34}a_{21}a_{45}$ D. $a_{55}a_{44}a_{33}a_{22}a_{11}$

3. 若行列式 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$, 则行列式 $D = \begin{vmatrix} 4a_{11} & 2a_{11} - 3a_{12} & a_{13} \\ 4a_{21} & 2a_{21} - 3a_{22} & a_{23} \\ 4a_{31} & 2a_{31} - 3a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = (\quad)$

- A. -12 B. 12 C. -24 D. 24

4. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 下列关系一定成立的是()

- A. $(AB)^2 = A^2B^2$ B. $(AB)^T = A^TB^T$ C. $|A+B| = |A|+|B|$ D. $|AB| = |BA|$

5. 下列命题一定成立的是()

- A. 若 $AB = AC$, 则 $B = C$ B. 若 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或 $B = 0$

- C. 若 $A \neq 0$, 则 $|A| \neq 0$ D. 若 $|A| \neq 0$, 则 $A \neq 0$

6. 下列矩阵中与矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 同秩的矩阵是()

- A. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

7. 设矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $Ax = 0$ 仅有零解的充分必要条件是()

- A. A 的列向量组线性无关 B. A 的列向量组线性相关

- C. A 的行向量组线性无关 D. A 的行向量组线性相关

8. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 6, 2)^T, \alpha_2 = (2, 1, 2, -1)^T, \alpha_3 = (1, -1, a, -2)^T$ 线性相关, 则 a 应满足条件()

- A. $a = 2$ B. $a \neq 2$ C. $a = -2$ D. $a \neq -2$

四、计算题 (共 50 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ 的值. (6 分)

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ a+1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 问 a 为何值时, $r(A) = 2$; a 为何值时, $r(A) = 3$.

(6 分)

3. 解下列矩阵方程, 求出未知矩阵 X , $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$. (8 分)

4. 用基础解系表示如下线性方程组的全部解。

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 + 8x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7 \end{cases} . \quad (15 \text{ 分})$$

5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (15 分)