

《概率论与数理统计》模拟试卷 9

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题.

1. 事件 A, B 独立当且仅当 $\bar{A}, B$ 独立. ()
2. 概率为 0 的事件, 一定是不可能事件. ()
3. 对于任意的 X, Y 都有 $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$. ()
4. 统计量是不含未知参数的样本函数. ()
5. 假设检验的方法是依据小概率事件原理. ()

二、选择题.

1. 设事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则有 ().
A. $P(A|B) = P(A)$ B. $P(B|A) = 0$
C. $P(A|B) = 0$ D. $P(AB) = P(A)$
2. 设 $X \sim N(1, 9)$, 要使 $P(X \leq C) = 1/2$, 则 $C =$ ().
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
3. 设 X 在 $[2, 4]$ 上服从均匀分布, 则 $E(4X + 3) =$ ().
A. 9 B. 11 C. 13 D. 15
4. 设 X 的期望为 $E(X) = \mu$, 方差为 $\text{Var}(X) = \sigma^2$, 根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X - \mu| \geq 3\sigma\} \leq$ ().
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}\sigma^2$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{9}\sigma^2$
5. 若 $X \sim N(1, 4), Y \sim N(1, 9)$ 且 $\rho_{XY} = 0.45$, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$ ().
A. 2.4 B. 2.5 C. 2.6 D. 2.7

三、填空题.

1. 设 A, B 相互独立, 且 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.
2. 设 $g(x) = \lambda e^{-3x}, x \geq 0$ 是概率密度, 则常数 $\lambda =$ _____.

3. 设 $X \sim U(0, \frac{\pi}{2})$, 则 $E(\sin X) =$ _____.

4. 设总体 $X \sim U(a, b)$, $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是 X 的样本, 则 a, b 的最大似然估计量分为
为 $\hat{a} =$ _____和 $\hat{b} =$ _____.

5. 估计量的优良性包括则_____, _____和_____.

四、证明题.

1. 设 X 的 $\text{Var}(X) < \infty$, C 为常数, 证明: $\text{Var}(X) \leq E[(X - C)^2]$.

2. 设总体 X 的分布密度函数为: $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 其中未知参数 $\theta > 0$.

$(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自总体 X 的一个样本, 其观测值为

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 且 $x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$.

证明: θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta} = \bar{X}$.

五、计算题.

1. 李教授要参加学术会议, 他乘汽车、火车的概率分别是 0.7 和 0.3, 而汽车和火车晚点到达的概率分别是 0.2 和 0.1, 则李教授晚点到达的概率有多大? 若已知李教授正点到达, 则他是乘汽车的概率有多大?

2. 若尼龙绳断裂强度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 $\sigma^2 = 100$, 某日随机抽取 21 根测纤维度并经过计算得: 样本方差 $s^2 = 169$, 问该天生产纤维的总体方差是否有变化? ($\alpha = 0.05$)

$$(\chi^2_{0.025}(20) = 34.170 \quad ; \quad \chi^2_{0.05}(20) = 31.410 \quad ;$$

$$\chi^2_{0.95}(20) = 10.851 \quad ; \quad \chi^2_{0.975}(20) = 9.591)$$

3. 设某厂生产的袋装糖果重量总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 与 σ^2 都未知, 现从某天生产的一批糖果中随机抽取 16 袋进行测量 (单位: 克), 并经计算得到样本均值 $\bar{x} = 503.75$, 样本方差 $s^2 = (6.2022)^2$, 试求置信水平为 95% 的 μ 的置信区间?

$$(t_{0.005}(15) = 2.9467 \quad ; \quad t_{0.025}(15) = 2.1315 \quad ; \quad t_{0.01}(15) = 2.6025)$$

4. 一公司销售的某种原料的市场需求 X （单位：吨）服从 $(300, 500)$ 上的均匀分布. 每售出 1 吨该原料，公司可获利 1.5 万元，而积压 1 吨，则公司损失 0.5 万元，问该公司应该组织多少货源，可使平均收益最大？