

《概率论与数理统计》模拟试卷 1

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、选择题.

1. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $A \subset B$, 则下列等式不一定正确的是

().

- A. $P(B-A) = P(B) - P(A)$; B. $P(AB) = P(A)P(B)$;
C. $P(\overline{BA}) = P(B) - P(AB)$; D. $P(A \cup B) = P(B)$

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数和密度函数分别为 $F(x)$, $f(x)$, 则下

列选项中正确的是 ().

- A. $P\{X = x\} = F(x)$; B. $0 \leq f(x) \leq 1$;
C. $0 \leq F(x) \leq 1$; D. $P\{X = x\} = f(x)$

3. 设 X 在 $[2, 4]$ 上服从均匀分布, 则 $E(2X + 1) =$ ()

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

4. 设 $X \sim N(50, 10^2)$, 则随机变量 () $\sim N(0, 1)$.

- A. $\frac{X-50}{100}$; B. $\frac{X-50}{10}$; C. $\frac{X-100}{50}$; D. $\frac{X-10}{50}$

5. 设子样 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自总体 X , $\bar{X}$ 为子样均值, 则不是总体期望 μ 的无偏估计量的是 ().

- A. $\bar{X}$; B. $\sum_{i=1}^n X_i$;

- C. $0.2X_1 + 0.3X_2 + 0.5X_3$; D. $X_1 + X_2 - X_3$.

二、填空题.

1. 有一批产品共 40 件, 其中有 3 件为次品, 现从中任取两件, 则事件

$A = \text{“至少有一件次品”}$ 的概率 $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 $X \sim N(3,4)$, 则 $P(-2 < X \leq 8) = \underline{\hspace{2cm}}$.

($\Phi(1.5) = 0.9332$; $\Phi(2.5) = 0.9938$; $\Phi(3.5) = 0.9998$)

3. 设 $X \sim N(0,1)$, 则其密度函数 $\varphi(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设 X 服从均匀分布, 其密度函数是 $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & 0 \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, (θ 为

未知正数), 子样 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是来自 X , 则 θ 的矩估计

$\hat{\theta} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 估计量的优良性包括 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 和 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、证明题.

1. 设 X 的 $D(X) < \infty$, C 为常数, 证明: $D(X) \leq E[(X - C)^2]$.

2. 设总体 X 的分布密度为: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$, ($\lambda > 0$),

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是来自总体 X 的一个样本观测值, 且

$x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$. 证明: λ 的最大似然估计值 $\hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}}$.

四、计算题.

1. 设工厂 A, B 和 C 三个厂生产同样产品, 它们的产品的次品率分别为 1%、2% 和 3%, 现从 A, B 和 C 厂的产品分别占 45%、35% 和 20% 的一

批产品中随机抽取一件，是次品的概率是多大？若取到的是正品，它是由 A 厂生产的概率为多大？

2. 食品厂用自动装罐机装罐头食品，每罐的标准重量为 $500g$ 。每隔一定的时间，需要检验机器的工作情况。现抽得 10 罐，测得其重量（单位： g ）的平均值为 $\bar{x} = 498$ ，样本方差 $s^2 = 6.5^2$ 。假定罐头的重量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，试问机器的工作是否正常（ $\alpha = 0.02$ ）？
 $(t_{0.005}(9) = 3.2498; \quad t_{0.01}(9) = 2.8214; \quad t_{0.025}(9) = 2.2622)$
3. 若熔化时间 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，从一批同类保险丝中随机抽取 9 根，测其熔化时间的样本均值为 $\bar{x} = 56.32$ ，样本方差 $s^2 = (0.22)^2$ ，求 σ^2 的置信水平为 95% 的置信区间。

$$(\chi^2_{0.005}(8) = 21.954; \quad \chi^2_{0.975}(8) = 2.1797; \\ \chi^2_{0.025}(8) = 17.534; \quad \chi^2_{0.995}(8) = 1.344)$$

4. 设 (X, Y) 有联合分布密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(4x+3y)}, & (x > 0, y > 0) \\ 0 & \text{其他} \end{cases},$$

求（1）常数 A ；（2）边缘概率密度 $f_X(x)$ ， $f_Y(y)$ ；

（3） X 与 Y 是否相互独立。

5. 某房地产投资公司出售五个楼盘面积与售价资料如下：

楼盘面积 X （百平方米）	9	15	10	11	10
售价 y （千元）	36	80	44	55	35

试建立售价 Y 对楼盘面积 X 的直线回归方程？