

# 《概率论与数理统计》模拟试卷 6

教师\_\_\_\_\_班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_

## 一、判断题.

1. 事件  $A, B$  独立, 则  $\bar{A}, \bar{B}$  不独立. ( )
2. 无记忆性是泊松分布的特征. ( )
3. 多元随机向量的边缘分布不能决定联合分布. ( )
4. 样本方差  $S^2$  是总体方差  $\sigma^2$  的无偏估计. ( )
5. 单边检验显著时, 双边检验也一定显著. ( )

## 二、选择题.

1. 设  $A, B$  为随机事件, 且  $A \subset B$ , 则下列等式不一定正确的是 ( ).  
A.  $P(AB) = P(A)P(B)$       B.  $P(B-A) = P(B) - P(A)$   
C.  $P(B\bar{A}) = P(B) - P(AB)$       D.  $P(A \cup B) = P(B)$
2. 设  $X \sim N(50, 10^2)$ , 则随机变量 ( )  $\sim N(0, 1)$ .  
A.  $\frac{X-50}{100}$       B.  $\frac{X-50}{10}$       C.  $\frac{X-100}{50}$       D.  $\frac{X-10}{50}$
3. 设  $X$  和  $Y$  相互独立,  $\text{Var}(X) = 4, \text{Var}(Y) = 2$ , 则  $\text{Var}(3X - 2Y) =$  ( ).  
A. 8      B. 28      C. 32      D. 44
4. 若  $X \sim N(1, 4)$ ,  $Y \sim N(1, 9)$  且  $\rho_{XY} = 0.45$ , 则  $\text{Cov}(X, Y) =$  ( ).  
A. 2.4      B. 2.5      C. 2.6      D. 2.7
5. 设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  已知, 若样本量  $n$  和置信度  $1-\alpha$  均不变, 则对于不同的样本观测值,  $\mu$  的置信区间长度 ( ).  
A. 变长      B. 变短      C. 保持不变      D. 不能确定

## 三、填空题.

1. 现从含有 2 个次品的 10 个零件中, 任取两次, 每次随机取一个, 取后不放回, 则事件  $A =$  “两个都是次品” 的概率  $P(A) =$  \_\_\_\_\_.

2. 设  $X \sim N(3, 4)$ , 则  $P(2 < X \leq 4) = \underline{\hspace{2cm}}$ . ( $\Phi(0.5) = 0.6915$ )
3. 设  $X \sim B(n, p)$ , 且  $E(X) = 3, \text{Var}(X) = 1.5$ , 则  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $p = \underline{\hspace{2cm}}$ .
4. 设随机变量  $X$  的方差  $\text{Var}(X) = 2$ , 根据切比雪夫不等式估计  $P\{|X - E(X)| \geq 2\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$ .
5. 检验假设的方法是依据                                          原理.

#### 四、证明题.

1. 设事件  $A, B, C$  的概率都是  $1/2$ , 且  $P(ABC) = P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C})$

$$\text{证明: } 2P(ABC) = P(AB) + P(AC) + P(BC) - 1/2$$

2. 设总体  $X$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布, 其分布列为

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}, (\lambda > 0, x = 0, 1, 2, \dots)$$

$(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是来自总体  $X$  的一个样本, 其观测值为

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 且  $x_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$ .

证明:  $\lambda$  的最大似然估计量  $\hat{\lambda} = \bar{x}$ .

#### 五、计算题.

1. 设随机变量  $X$  的概率密度为:  $f(x) = Ae^{-|x|}$ ,  $(-\infty < x < +\infty)$ ,

试求: (1) 系数  $A$ ; (2)  $P(0 < X < 1)$ ; (3)  $X$  的分布函数  $F(x)$ .

2. 由经验知某砖厂生产的砖的抗断强度  $X$  服从正态分布, 其中  $\mu = 32.5$ ,  $\sigma^2 = 1.21$ , 技

术革新后, 从某一批砖中随机抽出 6 块, 测得抗断强度经过计算得: 样本均值

$\bar{X} = 31.13$  ( $\text{kg} \cdot \text{cm}^{-2}$ ), 已知方差不变, 问该批砖的平均抗断强度是否为 32.5?

( $\alpha = 0.05$ )

( $Z_{0.005} = 2.58$ ;  $Z_{0.025} = 1.96$ ;  $Z_{0.05} = 1.65$ )

3. 若熔化时间  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 从一批同类保险丝中随机抽取 9 根, 测其熔化时间的样本均值为  $\bar{x} = 56.32$ , 样本方差  $s^2 = 0.0484$ , 求  $\sigma^2$  的置信水平为 95% 的置信区间?

( $\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$ ,  $\chi^2_{0.05}(8) = 15.507$ ,

$$\chi^2_{0.95}(8) = 2.733, \quad \chi^2_{0.975}(8) = 2.18 \quad )$$

4. 某房地产投资公司出售五个楼盘面积与售价资料如下：

|                 |    |    |    |    |    |
|-----------------|----|----|----|----|----|
| 楼盘面积 $X$ (百平方米) | 9  | 15 | 10 | 11 | 10 |
| 售价 $y$ (千元)     | 36 | 80 | 44 | 55 | 35 |

试建立售价  $y$  对楼盘面积  $X$  的直线回归方程？