

《线性代数》模拟试卷（十一）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 交换行列式的两列，行列式的值不变.
- () 2. 若 n 阶行列式 $D = |a_{ij}|$ ，则当 $i \neq j$ 时， $a_{i1}A_{j1} + a_{i2}A_{j2} + \cdots + a_{in}A_{jn} = 0$ ，
其中 $A_{i,j}$ 表示元素 a_{ij} 的代数余子式.
- () 3. 设 A, B 为同阶方阵，则 $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.
- () 4. 一个非零向量一定线性无关.
- () 5. 齐次线性方程组解的和仍然是该方程组的解.

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

1. $\begin{vmatrix} a & b \\ a^2 & b^2 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$
2. 设 A, B 为三阶矩阵，且 $|A| = 1$ ，求 $|2|A|A^T| = \underline{\hspace{2cm}}.$
3. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$
4. 向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 0, 0), \alpha_2 = (-1, 2, 1, -1), \alpha_3 = (0, 1, 1, -1)$ 的秩为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 行列式 $\begin{vmatrix} k & 2 & 1 \\ 2 & k & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 的充分必要条件是 ()

A. $k = -2$ B. $k = 3$ C. $k = -2$ 且 $k \neq 3$ D. $k = -2$ 或 $k = 3$

2. 设 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} = 1$, 则 $a =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -1 D. 1

3. 设 A 为非零 n 阶矩阵, 下列矩阵中不是对称矩阵的是 ()

- A. AA^T B. $A^T A$ C. $A - A^T$ D. $A + A^T$

4. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \lambda - 1 \\ 2x_2 - x_3 = \lambda - 2 \\ x_3 = \lambda - 3 \\ (\lambda - 1)x_3 = -(\lambda - 1)(\lambda - 3) \end{cases}$ 有唯一解, 则 $\lambda =$ ()

- A. 1 或 2 B. -1 或 3 C. 1 或 3 D. -1 或 -3

5. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ 的标准形矩阵是 ()

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

6. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 1)$, $\alpha_2 = (0, 1, 0)$, $\alpha_3 = (0, 0, 1)$ 向量 $\beta = (-1, -1, 0)$ 可表示为

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性组合: $\beta = a\alpha_1 + b\alpha_2 + c\alpha_3$, 则 a, b, c 应满足条件 ()

- A. $a = b = c = -1$ B. $a = 1, b = c = -1$ C. $a = c = -1, b = 1$ D. $a = b = -1, c = 1$

7. 设向量组 $\alpha_1 = (0, 1, -2, 3)$, $\alpha_2 = (3, -2, 4, 3)$, $\alpha_3 = (2, 0, 6, 3)$, $\alpha_4 = (-1, 2, -6, 4)$,

下列不是该向量组的极大线性无关组的是 ()

- A. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ B. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ C. $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$ D. α_2, α_3

8. 三阶矩阵 A 的特征值为 $-1, 1, 2$, 则下列矩阵中非奇异矩阵是 ()

- A. $I - A$ B. $I + A$ C. $2I - A$ D. $A - 3I$

四、计算题（共 50 分）

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ 的值. (7 分)

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ a+1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 问 a 为何值时, 矩阵 A 的秩等于 2; a 为何值时,

矩阵 A 的秩等于 3. (8 分)

3. 判断矩阵是否可逆, 若可逆, 求其逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. (10 分)

4. 求齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 8x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 9x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$
 的基础解系. (15 分)

5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)