

《线性代数》第三章 矩阵的初等变换 与线性方程组测试试卷（四）

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 的秩 $r(A)$ 为 ()

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 3

2. A 为 $m \times n$ 矩阵，且秩 $r(A) = r < \min(m, n)$ ，则矩阵 A 中 ()

- A. 所有 r 阶子式不等于 0，所有 $r+1$ 阶子式都等于 0
B. 必有等于 0 的 $r-1$ 阶子式，有不等于 0 的 r 阶子式
C. 有不等于 0 的 r 阶子式，所有 $r+1$ 阶子式都等于 0
D. 至少有一个 r 阶子式不等于 0，没有等于 0 的 $r-1$ 阶子式

3. 确定参数 λ ，使矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda^2 & -2 \\ 1 & -2 & \lambda & 1 \\ -2 & 1 & -2 & \lambda \end{pmatrix}$ 的秩最小 ()

- A. $\lambda = -2$ B. $\lambda \neq 1$ C. $\lambda = 1$ 或 $\lambda = -2$ D. $\lambda = 1$

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & ab+2 & 2 \\ 1 & 2 & a+3 \end{pmatrix}$ 的秩为 3，则 ()

- A. $a = 0, b \neq 0$ B. $a \neq 0, b \neq 0$ C. $a = 0, b = 0$ D. $a \neq 0, b = 0$

5. 设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a_{11} & 3a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 3a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & 3a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $B =$
()

- A. AQ B. PA C. QA D. AP

6. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 = \alpha \\ x_2 - x_3 = 2\alpha \\ x_3 - x_1 = 1 \end{cases}$ 有解的充分必要条件是 $\alpha =$ ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 1 C. $\frac{1}{3}$ D. -1

7. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, 且 $m < n$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 必 ()

- A. 只有唯一解 B. 不能确定 C. 有无穷解 D. 无解

8. 已知方程组 (I) $\begin{cases} x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + bx_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + cx_4 = 1 \end{cases}$ 与方程组 (II) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ -x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$ 同解,

则 a, b, c 的值为 ()

- A. 1, 4, 4 B. -1, -4, 4 C. 1, -4, -4 D. -1, 4, -4

9. 下列矩阵中, () 是最简形矩阵

A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

10. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, 若 $r(A) = m$, $\beta \neq 0$, 则以 (A, β) 为增广矩阵的方程组的解的情况是 ()

- A. 可能无解 B. 一定有解 C. 一定无解 D. 可能有解

11. 如果 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 1$, 则方程组 $\begin{cases} a_{11}x_1 - a_{12}x_2 + 1 = 0 \\ a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + 2 = 0 \end{cases}$ 的解是 ()

A. $x_1 = \begin{vmatrix} 1 & a_{12} \\ 2 & a_{22} \end{vmatrix}, x_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & 1 \\ a_{21} & 2 \end{vmatrix}$ B. $x_1 = -\begin{vmatrix} 1 & a_{12} \\ 2 & a_{22} \end{vmatrix}, x_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & 1 \\ a_{21} & 2 \end{vmatrix}$

C. $x_1 = \begin{vmatrix} 1 & a_{12} \\ 2 & a_{22} \end{vmatrix}, x_2 = -\begin{vmatrix} a_{11} & 1 \\ a_{21} & 2 \end{vmatrix}$ D. $x_1 = -\begin{vmatrix} 1 & a_{12} \\ 2 & a_{22} \end{vmatrix}, x_2 = -\begin{vmatrix} a_{11} & 1 \\ a_{21} & 2 \end{vmatrix}$

12. 给定矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 以下矩阵不是 A 的行阶梯形矩阵的为 ()

A. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & a & a & a \\ a & 3 & a & a \\ a & a & 3 & a \\ a & a & a & 3 \end{pmatrix}$, $r(A)=3$, 则 $a =$ _____.

2. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 的秩 $r(A) =$ _____.

3. 已知三元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的增广矩阵 $\bar{A}$ 经初等行变换化为

$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & a(a-1) & a-1 \end{pmatrix}$, 若方程组 $Ax=b$ 无解, 则 $a =$ _____.

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3k \\ -1 & -2k & 3 \\ k & 2 & -3 \end{pmatrix}$, $r(A)=2$, 则 $k =$ _____.

5. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 的最高阶非零子式的阶数是_____.

6. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 16 & -7 & -5 & 5 \\ 1 & -5 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & -11 & 5 & 4 & -4 \\ 2 & 6 & -3 & -3 & 7 \end{pmatrix}$ 的标准形是_____.

三、简答题（共 40 分）

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ 且满足 $AX + B = X$, 求矩阵 X . (9 分)

2. 用矩阵变换法求矩阵的逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. (9 分)

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & \lambda & -16 \\ 2 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \\ 3 & \mu & 1 & -2 \end{pmatrix}$, 其中 λ, μ 为参数, 求矩阵 A 的秩的最大值和最小值. (6 分)

4. 设线性方程组 $\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$, 讨论 λ 取何值时, 方程组无解? 有唯一解?

有无穷多解? 在方程组有无穷多解时, 求其通解. (15 分)