

《线性代数》模拟试卷（十九）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 任何两个矩阵都可以相加.
- () 2. 若矩阵 A, B, C 满足 $BA = CA$ ，而且 $A \neq O$ ，则 $B = C$.
- () 3. 若 n 阶行列式 D 有两行元素对应成比例，则 $D = 0$.
- () 4. 设 A 为 n 阶方阵， b 为 n 维列向量，若行列式 $|A| \neq 0$ ，则线性方程组 $Ax = b$ 有唯一解.

- () 5. 设 $\alpha = (1, 1)$ ， $\beta = (-2, 3)$ ，则 $\alpha\beta^T = 1$.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 8 & 1 \\ 2 & -3 & -8 \end{pmatrix}$ 的最简形矩阵为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

3. 向量 $\beta = (4, 3)^T$ 由向量组 $\alpha_1 = (1, 2)^T$ ， $\alpha_2 = (2, -1)^T$ 的线性表示式为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

4. 已知向量 $\alpha_1 = (3, -6)^T$ 与 $\alpha_2 = (-2, a)^T$ 线性相关，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 可逆矩阵 A 的一个特征值为 2，则 A^{-1} 有一个特征值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

三、单项选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 下列选项中不属于五阶行列式 $|a_{ij}|$ ($i, j = 1, 2, \dots, 5$) 中的一项是 ().

- A. $a_{11}a_{23}a_{32}a_{45}a_{54}$ B. $-a_{51}a_{12}a_{43}a_{34}a_{25}$ C. $-a_{13}a_{52}a_{34}a_{21}a_{45}$ D. $a_{55}a_{44}a_{33}a_{22}a_{11}$

-
2. 设线性方程组的增广矩阵为 $\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 若线性方程组无解, 则 λ 为 ().
- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
3. 设 A, B 均为 4 阶方阵, 且 $|A| = \frac{1}{2}$, $|B| = -2$, 则 $|2AB^{-1}| =$ ().
- A. 1 B. -1 C. 4 D. -4
4. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ 的秩为 ().
- A. 3 B. 1 C. 0 D. 2
5. 设 $\alpha_1 = (1, 0)^T$, $\alpha_2 = (0, 1)^T$, $\alpha_3 = (1, 1)^T$, $\alpha_4 = (0, 0)^T$, 则下列不是该向量组的极大线性无关组的是 ().
- A. α_1, α_3 B. α_1, α_2 C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ D. α_2, α_3
6. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, 则齐次线性方程组 $Ax = O$ 只有零解的充要条件是 ().
- A. A 的行向量组线性无关 B. A 的行向量组线性相关
- C. A 的列向量组线性无关 D. A 的列向量组线性相关
7. 假设 A, B 都是可逆矩阵, 则矩阵方程 $AXB = C$ 的解为 ().
- A. $X = A^{-1}CB^{-1}$ B. $X = CA^{-1}B^{-1}$ C. $X = CB^{-1}A^{-1}$ D. $X = B^{-1}A^{-1}C$
8. 设 A, B 都是 n 阶方阵, 则 $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$ 成立的充分必要条件是 ().
- A. $A = E$ B. $AB = BA$ C. $B = O$ D. $A = B$

四、计算题 (共 6 小题, 共 51 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \\ -2 & -11 & 3 & -16 \\ 0 & -7 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ 的值. (7 分)

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -5 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$, 求 $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14}$ 的值. (8 分)

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$, 判断矩阵 A 是否可逆若可逆求其逆矩阵. (7 分)

4. 求解矩阵方程 $AX = A + X$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. (7 分)

5. 求非齐次线性方程组
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -1 \end{cases}$$
 的通解. (12

分)

6. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)