

《线性代数》模拟试卷（三）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（每小题 2 分，共 10 分）

- () 1. 21354 为偶排列.
- () 2. 交换行列式的两列，行列式的值变号.
- () 3. $(AB)^T = B^T A^T$.
- () 4. 含有零向量的向量组线性无关.
- () 5. 若 A, B, C 为同阶矩阵，且 A 可逆，若有 $AB = AC$ ，则 $B = C$.

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

1. $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} =$ _____.
2. 设 A 为三阶矩阵，若已知 $|A| = -2$ ，求 $|A| A^2 A^T| =$ _____.
3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} =$ _____.
4. 向量组 $\alpha_1 = (0, 1), \alpha_2 = (1, 0), \alpha_3 = (1, 1), \alpha_4 = (0, 2)$ 的秩为_____.

三、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 行列式 $\begin{vmatrix} k & 3 & 4 \\ -1 & k & 0 \\ 0 & k & 1 \end{vmatrix} = 0$ 的充分必要条件是()
- A. $k = 1$ B. $k = 3$ C. $k = 1$ 或 $k = 3$ D. $k \neq 1$ 且 $k \neq 3$
2. 下列选项中不属于五阶行列式 $|a_{ij}|$ ($i, j = 1, 2, \dots, 5$) 中的一项是 ()
- A. $a_{11}a_{23}a_{32}a_{45}a_{54}$ B. $-a_{51}a_{12}a_{43}a_{34}a_{25}$ C. $-a_{13}a_{52}a_{34}a_{21}a_{45}$ D. $a_{55}a_{44}a_{33}a_{22}a_{11}$

3. 设 $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix} = -1$, 则 $a =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -1 D. 1

4. 有矩阵 $A_{3 \times 2}, B_{2 \times 3}, C_{3 \times 3}$, 下列矩阵运算可行的是 ()

- A. AC B. ABC C. BAC D. $AB - BC$

5. 设 A 为 n 阶可逆矩阵, 下列结论错误的是 ()

- A. $[(A^{-1})^{-1}]^T = [(A^T)^{-1}]^{-1}$ B. $[(A^T)^T]^{-1} = [(A^{-1})^{-1}]^T$
C. $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$ D. $|A^{-1}| = |A|^{-1}$

6. 设 $\alpha_1 = (1, 0, 1), \alpha_2 = (0, 1, 0), \alpha_3 = (0, 0, 1)$, 向量 $\beta = (-1, -1, 0)$ 可表示为

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性组合: $\beta = a\alpha_1 + b\alpha_2 + c\alpha_3$, 则 ()

- A. $a = -1, b = -1, c = -1$ B. $a = 1, b = -1, c = -1$
C. $a = -1, b = 1, c = -1$ D. $a = -1, b = -1, c = 1$

7. 设 C 是 $m \times n$ 矩阵, 若有矩阵 A, B , 使 $AC = C^T B$, 则 A 的行数 $\times$ 列数为 ()

- A. $n \times m$ B. $m \times n$ C. $m \times m$ D. $n \times n$

8. 设矩阵 $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $Ax = 0$ 有非零解的充分必要条件是 ()

- A. A 的列向量组线性无关 B. A 的列向量组线性相关
C. A 的行向量组线性无关 D. A 的行向量组线性相关

四、计算题 (共 50 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ -1 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$ 的值. (6 分)

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & \lambda+1 \end{pmatrix}$ 的秩 $r(A) = 2$ ，求 λ . (6 分)

3. 解下列矩阵方程，求出未知矩阵 X ， $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. (8 分)

4. 求齐次线性方程组的一个基础解系

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases} \cdot (15 \text{ 分})$$

5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (15 分)