

军火生产的产量问题

军火生产产量问题是一个很重要的问题，历来受到关注。特别是现代科技的发展使得军火的更新换代日益频繁的情况下，军火产量除了受到政治军事的影响，也受到经济效益的影响。下面我们就从经济的角度来看军火的产量问题。

假设某种更新换代武器，现在是其第4代产品。每出售一件武器获利 a 元，若到第五代产品上市，则每件将净亏损1元。设在这段时间内，第4代产品被订购的件数是一随机变量，其概率分布列为 $p(i), i \geq 0$ 。若提前储备第4代产品，试求为获得最大的期望利润，它应储备第4代产品多少件？

设 X 表示第4代产品被订购的件数，如储备 t 件，其利润记为 $f(t)$ ，则 $f(t)$ 可表示为

$$f(t) = \begin{cases} bX - (t - X), & X < t \\ bt, & X \geq t \end{cases}$$

于是，期望利润为

$$E[f(t)] = \sum_{i=0}^{t-1} [bi - (t-i)]p(i) + bt \sum_{i=t}^{\infty} p(i)$$

所以 $E[f(t+1)] - E[f(t)] = b - (b+1) \sum_{i=0}^t p(i)$ ，因此只要 $\sum_{i=0}^t p(i) < \frac{b}{b+1}$ 。

设 t^* 为满足上面不等式的最大的 t ，因为上式的左边是 t 的递增函数而右边是常数，

故对一切 $t \leq t^*$ ， $E[f(t)]$ 递增；而对一切 $t > t^*$ ， $E[f(t)]$ 递减。

$$E(f(0)) < \cdots < E(f(s^*)) > E(f(s^*+1)) > \cdots$$

因此，储备 s^* 件第4代产品可使期望利润达到最大值。