

《线性代数》第二章 矩阵及其运算

测试试卷（三）

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. $A+B$ 和 BA 都有意义的充要条件是：矩阵 A 和 B 是（ ）
A. 任意矩阵 B. 任意方阵 C. 同阶方阵 D. 同型矩阵
2. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 且 $AB - X = -2C$, 则 $X =$ （ ）
A. $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -8 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 6 & 4 & -1 \\ 4 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 6 & 5 & -2 \\ 10 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$
3. 有矩阵 $A_{3 \times 2}$, $B_{2 \times 3}$, $C_{3 \times 3}$, 下列矩阵运算可行的是（ ）
A. AC B. ABC C. BAC D. $AB - BC$
4. 设 A, B 都是 n 阶方阵, 下列情况能推出 A 是单位矩阵的是（ ）
A. $A^{-1} = E$ B. $AB = E$ C. $AB = B$ D. $AB = BA$
5. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 $(A^*)^{-1} =$ （ ）
A. $-3 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ B. $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ C. $3 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ D. $-\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
6. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & x \\ 3 & 10 & y & 4 \\ 2 & 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 可逆的充分必要条件是（ ）
A. $x \neq 1$ 或 $y \neq 2$ B. $x \neq 1$ 且 $y \neq 2$ C. $x = 1$ 或 $y = 2$ D. $x = 1$ 且 $y = 2$

7. 设 A 为 2 阶可逆矩阵, 且已知 $(2A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $A =$ ()

- A. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$ B. $2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$ C. $2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ D. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

8. 设 A, B, C 均为 n 阶矩阵, E 为 n 阶单位矩阵, 且 $ABC = E$, 则下列矩阵乘积一定等于 E 的是 ()

- A. ACB B. BAC C. CAB D. CBA

9. A, B, X 为同阶矩阵, 且 A, B 可逆, 则下列结论错误的是 ()

- A. 若 $AX = B$, 则 $X = A^{-1}B$ B. 若 $XA = B$, 则 $X = BA^{-1}$
C. 若 $AXB = C$, 则 $X = A^{-1}CB^{-1}$ D. 若 $ABX = C$, 则 $X = A^{-1}B^{-1}C$

10. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, E 为 2 阶单位矩阵, 若矩阵 B 满足 $BA = B + 2E$, 则 $|B| =$

- () A. -1 B. 2 C. -2 D. 1

11. 设 A, B, C 均为 n 阶矩阵, 若有 $AB = AC$ 能推出 $B = C$, 则 A 应满足 ()

- A. $A \neq 0$ B. $A = 0$ C. $|A| \neq 0$ D. $|A| = 0$

12. 设 A 是 n 阶可逆矩阵, A^* 是 A 的伴随矩阵, 则有 ()

- A. $|A^*| = |A^{-1}|$ B. $|A^*| = |A|^n$ C. $|A^*| = |A|$ D. $|A^*| = |A|^{n-1}$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & y \end{pmatrix}$, 当 x 与 y 之间具有关系_____时, 则有 $AB = BA$.

2. 设 A 为 2 阶矩阵, 若 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $A^* = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & a \end{pmatrix}$ 中的 $a =$ _____

3. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & a & 2 \\ -1 & 7 & 1 & b \\ 3 & 1 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & 7 & 4 \end{pmatrix}$, 若 $A = A^T$, 则 $a+b$ 的值为_____.

4. 设 A 为三阶矩阵, $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(2A)^{-1} - 5A^*| =$ _____.

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

6. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, n 是正整数, 则 $A^n =$ _____.

三、简答题 (共 40 分)

1. 计算 $(x, y, 1) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{12} & a_{22} & b_2 \\ b_1 & b_2 & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$. (7 分)

2. 求与矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 乘法可交换的所有矩阵 $\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$. (9 分)

3. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X , 使其满足 $AXB = C$. (8 分)

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} . (8 分)

5. 设 $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$, 求 A^4 . (8 分)