

《线性代数》第三章 矩阵的初等变换 与线性方程组 测试试卷（二）

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 设 n 阶方阵 A 不可逆，则必有（ ）

- A. $r(A) < n$ B. $A=0$ C. $r(A)=n-1$ D. $r(A)=n$

2. 设方阵 $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \\ -1 & 5 & -3 \\ 3 & -3 & \lambda \end{pmatrix}$ ，秩 $r(A)=2$ ，则 $\lambda =$ （ ）

- A. 3 B. -3 C. 0 D. 2

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ ， $B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1+3c_1 & a_2+3c_2 & a_3+3c_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$ ， $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，

$P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，则有（ ）

- A. $P_2AP_1 = B$ B. $P_1AP_2 = B$ C. $P_2P_1A = B$ D. $AP_1P_2 = B$

4. 初等矩阵（ ）

- A. 相加仍是初等矩阵 B. 都是可逆阵
C. 相乘仍是初等矩阵 D. 行列式的值为 1

5. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ ，存在可逆矩阵 P ，使得 PA 为 A 的行最简形矩阵，则矩阵

P 为（ ）

- A. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

6. 若 n 元非齐次线性方程组 $AX=b$ 满足 $R(A)=R(A,b)=n$, 则该方程组()

- A. 解的情况不确定 B. 有唯一解 C. 有无穷多个解 D. 无解

7. 如果 A 是三阶可逆矩阵, 互换 A 的第一行, 第二行得矩阵 B , 且 $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

则 $B^{-1}=(\quad)$

- A. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ B. 不确定 C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

8. 已知 $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=0 \\ 2x_1+3x_2+5x_3=0 \\ x_1+x_2+ax_3=0 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x_1+bx_2+cx_3=0 \\ 2x_1+b^2x_2+(c+1)x_3=0 \end{cases}$ 同解, 则 a,b,c 分别为()

- A. 1,1,2 B. 2,1,2 C. 2,0,1 D. 1,0,1

9. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, 则线性方程组 $Ax=b$ 的解的情况()

- A. 不能确定 B. 有且只有一个解 C. 无解 D. 有无穷多组解

10. 若齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1+kx_2+x_3=0 \\ 2x_1+x_2+x_3=0 \\ kx_2+3x_3=0 \end{cases}$ 只有零解, 则 k 满足()

- A. $k \neq \frac{3}{5}$ B. $k \neq \frac{2}{5}$ C. $k = \frac{3}{5}$ D. $k = \frac{2}{5}$

11. 下列矩阵为简化阶梯形的是()

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

12. 已知方程组 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & a+2 \\ 1 & a & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ 无解, 则 a 的值为()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 4 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 6 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩_____.

2. 矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 的行最简形矩阵为_____.

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & a+1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 且 $R(A) = 2$, 则 $a \neq$ _____.

4. 设方程组 $\begin{cases} x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 且数 $\lambda < 0$, 则 $\lambda =$ _____.

5. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 的最高阶非零子式的阶数是_____.

6. 解矩阵方程, $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 7 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, 求 $X =$ _____.

三、简答题 (共 40 分)

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 且满足 $AB = A + 2B$, 求矩阵 B . (9 分)

2. 用矩阵变换法求矩阵的逆矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$. (9 分)

3. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & a & 2 & 1 \\ 3 & 1 & b & -1 \end{pmatrix}$, 已知 $r(A) = 2$, 求 a, b 的值. (6 分)

4. 设线性方程组
$$\begin{cases} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = \lambda \end{cases}$$
, 讨论 λ 取何值时, 方程组无解? 有唯一解? 有无穷多解? 在方程组有无穷多解时, 求其通解. (15 分)