

《线性代数》模拟试卷(七)

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

- () 1. 交换行列式的两行, 行列式的值不变.
- () 2. 设 A, B, C 为同阶方阵, 则 $(A+B)C = C(A+B)$.
- () 3. 如果 A 为 n 阶可逆矩阵, 则矩阵 A 经过有限次初等变换可化为单位矩阵.
- () 4. 齐次线性方程组必有解.
- () 5. 集合 $S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ 2x \end{pmatrix}, x \in R \right\}$ 是一个向量空间.

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

1. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$ _____.
2. 矩阵 $\begin{pmatrix} x-1 & 2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$ 可逆, 则 x 必满足_____.
3. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 的等价标准形为_____.
4. 向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0)^T, \alpha_2 = (0, 1, 0)^T, \alpha_3 = (0, 0, 1)^T$ 的秩是_____.

三、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

1. n 级行列式 D 的元素 a_{ij} 的余子式 M_{ij} 与代数余子式 A_{ij} 的关系是 ()
- A. $M_{ij} = -A_{ij}$ B. $M_{ij} = A_{ij}$ C. $M_{ij} = (-1)^n A_{ij}$ D. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

2. 设有矩阵 $A_{m \times l}, B_{l \times n}, C_{m \times n}$, 则下列运算可行的是 ()

- A. ABC B. $A^T CB$ C. ABC^T D. $CB^T A$

3. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 下列关系一定成立的是 ()

- A. $(AB)^2 = A^2 B^2$ B. $(AB)^T = A^T B^T$ C. $|A+B| = |A| + |B|$ D. $|AB| = |BA|$

4. 若齐次线性方程组 $\begin{cases} kx_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + kx_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 k 必须满足 ()

- A. $k=1$ 或 $k=-1$ B. $k \neq 1$ 且 $k \neq -1$ C. $k=1$ D. $k=-1$

5. 设 n 阶方阵 A 不可逆, 有必有 ()

- A. $r(A) < n$ B. $A=0$ C. $Ax=0$ 只有零解 D. $r(A) = n-1$

6. 下列矩阵中是最简阶梯形的是 ()

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

7. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T, \alpha_2 = (0, 2, 5)^T$, 向量 $\beta = (2, 4, 7)^T$ 可表示为 α_1, α_2 的线性组合: $\beta = a\alpha_1 + b\alpha_2$, 则 a, b 应满足条件 ()

- A. $a=2, b=2$ B. $a=1, b=2$ C. $a=2, b=1$ D. $a=1, b=1$

8. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 0, -1)^T, \alpha_2 = (-2, 2, 0)^T, \alpha_3 = (3, -5, 2)^T$, 下列是该向量组的极大线性无关组的是 ()

- A. α_1 B. α_1, α_2 C. α_2 D. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

四、计算题 (共 50 分)

1. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 的值. (6 分)

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -5 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & -4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$, 求 $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14}$ 的值. (7 分)

3. 求矩阵 X , 使 $AX = B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$. (8 分)

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, 求矩阵的秩 $r(A)$ (5 分)

5. 用基础解系表示如下线性方程组的全部解 $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 3 \\ 3x_1 + 8x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 9x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 7 \end{cases}$. (14 分)

6. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)