

《概率论与数理统计》模拟试卷 4

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、单选题.

1. 若随机事件 A 与 B 相互独立, 则 $P(A \cup B) = (\quad)$.
A. $P(A) + P(B)$ B. $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$
C. $P(A)P(B)$ D. $P(\bar{A}) + P(\bar{B})$
2. 设 $X \sim N(\mu, 81)$, $Y \sim N(\mu, 16)$, 记 $p_1 = P\{X \leq \mu - 9\}$, $p_2 = P\{Y \geq \mu + 4\}$, 则 $(\quad)$.
A. $p_1 < p_2$ B. $p_1 = p_2$ C. $p_1 > p_2$ D. p_1 与 p_2 的关系无法确定
3. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)$, 令 $Y = -2X + 3$, 则 Y 的概率密度 $f_Y(y)$ 为 $(\quad)$.
A. $-\frac{1}{2} f_X(-\frac{y-3}{2})$ B. $\frac{1}{2} f_X(-\frac{y-3}{2})$ C. $-\frac{1}{2} f_X(-\frac{y+3}{2})$ D. $\frac{1}{2} f_X(-\frac{y+3}{2})$
4. 若随机变量 X 的均值和方差都存在, 则 $E\{D[X + D(X)]\} = (\quad)$.
A. EX B. $(EX)^2$ C. DX D. $E(X^2)$
5. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 $X \sim N(0, 1)$ 的简单随机样本, $\bar{X}$ 、 S 分别是样本均值与样本标准差, 则 $(\quad)$.
A. $\bar{X} \sim N(0, 1)$ B. $n\bar{X} \sim N(0, 1)$
C. $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n-1)$ D. $\frac{\bar{X}}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

二、填空题.

1. 甲、乙两人对同一目标进行射击, 他们能击中目标的概率分别是 0.8, 0.6, 则目标被击中的概率为_____.

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $\frac{X}{P} \begin{matrix} -1 & 1 \\ 0.2 & 0.8 \end{matrix}$, $\frac{Y}{P} \begin{matrix} -1 & 1 \\ 0.5 & 0.5 \end{matrix}$, 则 $P(X=Y)=$ _____.
3. 若 $X \sim N(1,4)$, $Y \sim N(1,9)$ 且 $\rho_{XY}=0.45$, 则 $Cov(X,Y)=$ _____.
4. 随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} Ax^2 & (0 \leq x \leq 2), \\ 0 & (\text{其他}). \end{cases}$ 则系数 $A=$ _____.
5. 设女生身高 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, $\sigma^2=4$, μ 未知, 随机抽查 16 名女生, 得 $\bar{x}=162.67$, 则女生平均身高 EX 的 95% 的置信区间为_____ . ($z_{0.025}=1.96, z_{0.05}=1.65$).

三、证明题.

1. 设 X 的 $D(X)<\infty$, C 为常数, 证明: $D(X) \leq E[(X-C)^2]$.
2. 设 $X \sim b(n_1, p), Y \sim b(n_2, p)$, 且 X, Y 相互独立, 求证 $X+Y \sim b(n_1+n_2, p)$.

四、计算题.

1. 某厂有甲、乙、丙三条流水线生产同一产品, 它们的产量之比为 3:2:1, 各流水线生产的产品不合格率依次为 8%、9%、12%, 现从该厂产品中任意抽取一件, 问: (1) 所取的产品为不合格品的概率; (2) 若取到的是不合格品, 求它是由流水线乙生产的概率.
2. 假设一部机器在一天内发生故障的概率为 0.2, 机器发生故障时全天停止工作, 若一周 5 个工作日里无故障, 可获利润 10 万元, 发生一次故障可获利润 5 万元; 发生二次故障所获利润 0 元; 发生三次或三次以上故障就要亏损 2 万元, 求一周内的期望利润是多少?
3. 设总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布 $P(\lambda)=\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$ ($x=0, 1, \dots$), 其中 $\lambda>0$ 为未知参数, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 是一组样本值, 求参数 λ 的矩估计和最大似然估计.
4. 某厂生产铜丝, 生产一向稳定, 现从其产品中随机抽取 10 段检查其折断力, 测得

$\bar{x} = 287.5$, $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 160.5$. 假定铜丝的折断力服从正态分布, 问在显著水平

$\alpha = 0.1$ 下, 是否可以相信该厂生产的铜丝折断力的方差为 16?

(已知: $\chi^2_{0.05}(10) = 18.31$, $\chi^2_{0.95}(10) = 3.94$; $\chi^2_{0.05}(9) = 16.9$, $\chi^2_{0.95}(9) = 3.33$)

5. 某地区 1996 年—2000 年居民消费支出和收入金额资料如下:

收入 x (亿元)	64	70	77	82	92
消费支出 y (亿元)	56	60	66	75	88

试建立该地区消费支出 y 对收入 x 的直线回归方程?