

《线性代数》模拟试卷（四）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（下列命题正确的打√，错误的打×，每小题2分，共10分）

1. 交换行列式的两行，行列式的值不变。（ ）
2. 矩阵的乘法满足交换律。（ ）
3. 齐次线性方程组必有解。（ ）
4. 单独一个非零向量线性无关。（ ）
5. 正交向量组必线性无关。（ ）

二、选择题（从A、B、C、D中选出一个正确答案，每小题4分，共20分）

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & x \\ 6 & 5 & -7 \end{vmatrix}$ 中，元素 x 的代数余子式是（ ）

A. $\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$; B. $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$; C. $-\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$; D. $-\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$

2. 设 A 是4阶矩阵， $|A| = -3$ ，则 $\|A\|A| =$ （ ）

A. 9 B. 3^5 C. 27 D. -3^5

3. 若齐次线性方程组 $\begin{cases} kx_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + kx_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解，则 k 必须满足（ ）

A. $k=1$ 或 $k=-1$ B. $k \neq 1$ 且 $k \neq -1$ C. $k=1$ D. $k=-1$

4. 设 A 为 n 阶矩阵，且 $|A| = 0$ ，则有（ ）

A. A 的列秩为0 B. A 的列向量线性相关

- C. A 的行秩为 0 D. A 的秩为 0

5. 设 A 为 n 阶矩阵, 则有 ()

- A. A 的特征值为 0 B. A 的特征值不为 0
C. A 的特征向量为 0 D. A 的特征向量不为 0

三、填空题 (请用正确答案填空, 每小题 4 分, 共 20 分)

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$ 中, 余子式 $M_{22} = 0$, 则 $x =$ _____。
2. 矩阵 $\begin{pmatrix} x-1 & 2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$ 可逆, 则 x 必满足_____。
3. 齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 = 0 \\ 3x_1 - 6x_2 = 0 \end{cases}$ 的一个基础解系是 _____。
4. 向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 0), \alpha_2 = (0, 1, 0), \alpha_3 = (0, 0, 1)$ 的秩为_____。
5. 正交向量组 $\alpha_1 = (2, 0, 0), \alpha_2 = (0, 3, 0)$ 单位化为_____。

四、计算题 (每小题 10 分, 共 40 分)

1. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ 。

2. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵。

3. 求向量组 $\alpha_1 = (2, 4, 2), \alpha_2 = (1, 1, 0), \alpha_3 = (2, 3, 1), \alpha_4 = (3, 5, 2)$ 的一个极大无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示。

4. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量。

五、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

1. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，证明向量组 $\alpha_1, \alpha_1 + 2\alpha_2, \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3$ 线性无关。

2. 设 λ 是 n 阶矩阵 A 的一个特征值，证明 λ^2 是 A^2 的一个特征值。