

趣味概率统计——小概率原理 在生活中的应用

闫新生

(山东省农业管理干部学院 济南 250100)

一、小概率事件

概率论是研究随机现象统计规律的科学。概率是刻画随机事件发生的可能性大小的数量指标,事件 A 的概率以 $P(A)$ 表示,并且规定 $0 \leq P(A) \leq 1$ 。对于概率值很接近于 1 的事件,其对立事件的概率也就很接近于 0,在概率论中,我们把概率很接近于 0 的事件称为小概率事件。那么多大的概率值算小概率呢?这要由具体情况来确定:对于某些重要的场合,当事件的出现会产生严重后果时(如飞机失事、沉船等)应选得小一些,否则可以选得大一些。一般多采用 0.01,0.05 两个值,即事件发生的概率在 0.01 以下或 0.05 以下的事件称为小概率事件。这两个值称为小概率标准,主要是为了查表方便,没有其它特别的含义。

二、小概率原理与推断方法

根据大数定律,在大量重复试验中事件出现的频率接近于它们的概率。倘若某事件 A 出现的概率 α 甚小,则它在大量重复试验中出现的频率应该很小。例如,若 $\alpha = 0.001$,则大体上在 1000 次试验中 A 才出现一次。因此,概率很小的事件在一次试验中实际上不大可能出现,在概率论的应用中,称这样的事件为实际不可能事件。实际不可能事件在一次试验中是不会出现的,这就是小概率原理。它是统计假设检验决定推翻还是接受假设的依据,也是人们在实践中总结出来而被广泛应用的一个原理。

小概率原理的推断方法是概率性质的反证法,指的是人们首先提出假设,继而根据一次试验的结果来进行计算,最后按照一定的概率标准作出鉴别。若导致不合理的现象出现,即小概率事件发生,则拒绝假设;若未导致不合理现象出现,即小概率事件未发生,则不拒绝假设。

小概率原理不经意地在指导人们的实际生活。因为人们总是坚持这样一个信念:小概率事件在一次实际试验中几乎是不可能发生的,如果在实际中居然发生了,人们仍旧坚持这个信念,而宁愿认为发生此事件的前提条件起了变化。如某日飞机失事,致使乘客伤亡,这件事说明飞机失事不是不可能的(尽管概率很小)。但是为什么人们仍然敢于乘飞机出差、旅行呢?这是因为我们仍然认为发生这样的事是极端稀少的,如果发生了,那也可能是由于天气原因、操作失误、机械故障等,而不愿承认它的必然。

但也有相反的情况:即人们更愿意承认小概率事件的发

生。例如在彩票的发行中,尽管人们知道中大奖的机会微乎其微,但人们购买的热情依然很高,这里就有人们期望概率很小的事件在一次试验中出现(购买一次就中大奖)的侥幸心理。其实,根据中彩概率来推算,即使你投下几千几万元,也仅是沧海一粟。山东电脑福利彩票“30 选 7”玩法的中奖概率为 204 万分之一,山东电脑体育彩票“29 选 7”玩法的中奖概率也仅为 156 万分之一,中大奖真比“天上掉馅饼正好砸在头上”的概率还小。

三、小概率原理在实际生活中的应用举例

例 1,经大量临床记录,某种诊断癌症试验有如下结果:试验反应仅呈阴阳两种结果。当被诊断者患癌时,其反应为阳性的概率为 0.95;当被诊断未患癌时,其反应为阴性的概率为 0.90。现对一大批人进行癌症普查,设被试验的人中患癌概率为 0.0007。现今某人反应呈阳性时,能否下结论这人患癌?

解:假设 $H_0 = \{\text{此人反应呈阳性时患癌}\}$

设 $A = \{\text{被诊断者患癌}\}$,则 $\bar{A} = \{\text{被诊断者未患癌}\}$ 。

$P(A) = 7/10000, P(\bar{A}) = 9993/10000$

又设 $B = \{\text{反应结果呈阳性}\}$ 则 $P(B/A) = 95\%。P(B/\bar{A}) = 1 - 90\% = 10\%$

由 Bayes 公式:有

$$P(A/B) = \frac{P(A) \cdot P(B/A)}{P(A) \cdot P(B/A) + P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A})} = \frac{0.0007 \times 0.95}{0.0007 \times 0.95 + 0.9993 \times 0.1} \approx 0.0066$$

这个概率值达到小概率标准,由此可知,应拒绝接收 H_0 。我们不能武断地由试验者反应呈阳性就断定其患癌症,为慎重起见,应结合其它检查手段做进一步的检查。

例 2 一停车场有 16 个车位排成一行,今发现有 12 个位置停了车,且有 4 个连接的车位空着,这种现象使人感到意外吗?

解:设 $A = \{\text{12 个车位停了车而有 4 个连接的车位空着}\}$ 。

由古典概型可知, $P(A) = 13/C_{16}^{12} = 0.006$ 。

这件事发生的概率达到小概率标准,因而可以认为这不正常,也就是说使人感到意外,发生这种情况的原因可能是人为所致,比如人为安排调度的结果,而非随机停车造成的。

责任编辑:林 军