

《线性代数》第二章 矩阵及其运算

测试试卷(二)

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题(每小题3分,共36分)

1. 设 A, B 都是 n 阶方阵, 则下列结论一定正确的是 ()

A. $(AB)^T = A^T B^T$ B. $(A+B)^T = A+B$

C. $|AB| = |A||B|$ D. $|A+B| = |A| + |B|$

2. 设 A, B, C 均为 n 阶方阵, $AB=BA, AC=CA$, 则 $ABC=($)

A. CAB B. BCA C. ACB D. CBA

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = ($)

A. $\begin{pmatrix} -3 & 7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

4. 已知三阶方阵 A 的行列式 $|A|=2$, 则 $|-2A| = ($)

A. 4 B. 16 C. -16 D. -4

5. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & y \end{pmatrix}$, 则 A 与 B 可交换的充分必要条件是 ()

A. $x-y=1$ B. $x-y=-1$ C. $x=y$ D. $x=2y$

6. 设 A 为 n 阶矩阵, 满足 $A^2 + A = 0$, 则 $A-E$ 可逆, 且 $(A-E)^{-1} = ($)

A. $-\frac{1}{2}(A+2E)$ B. $A+2E$ C. $-\frac{1}{2}(2A+E)$ D. $\frac{1}{2}(A+2E)$

7. 设 A 为非零 n 阶矩阵, 则下列矩阵中不是对称矩阵的是 ()

A. AA^T B. $A^T A$ C. $A-A^T$ D. $A+A^T$

8. 设 C 是 $m \times n$ 矩阵, 若有矩阵 A, B , 使 $AC = C^T B$, 则 A 的行数 $\times$ 列数为 ()

A. $m \times n$ B. $n \times m$ C. $m \times m$ D. $n \times n$

9. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 若 X 满足 $AX + 2B = BA + 2X$, 则 $X^4 = (\quad)$

A. $\begin{pmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

10. 设 A, B 为可逆矩阵, 则下述不一定可逆的是 ()

A. $A+B$ B. BAB C. AB D. BA

11. 设 E 为四阶单位矩阵, 下列选项中的矩阵 A , 不满足 $A^2 = E$ 的是 ()

A. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ B. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

C. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ D. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

12. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & t \\ 3 & 0 & -15 \end{pmatrix}$, 若存在非零矩阵 $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$, 使得 $AB = 0 = (\quad)$

A. $t = -2$ B. $t = 1$ C. $t = -1$ D. $t = 2$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 已知矩阵方程 $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $X = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 且 $aA + bB + cC = E$, 求 a, b, c 的值

3. 设 A, B 为三阶矩阵, 且 $|A| = 2$, 又 $A^2 + AB - 2E = 0$, 则 $|A+B| = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 设方阵 $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$, 则 A 的伴随矩阵 $A^* =$ _____.

5. 设 $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$, 已知 $A^6 = E$, 则 $A^{17} =$ _____.

6. $(x, y) \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} =$ _____.

三、简答题 (共 40 分)

1. 设矩阵 $A = (1, -1)$, 矩阵 $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ (9 分)

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}, Z = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

(1) 分别计算 AB, AC, AD

(2) 分别计算 AX, AY, AZ

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ 满足 $AX = B$, 求 X . (8 分)

3. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} . (7 分)

4. 已知线性变换 $\begin{cases} x_1 = 2y_1 + 2y_2 + y_3 \\ x_2 = 3y_1 + y_2 + 5y_3 \\ x_3 = 3y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$, 求从变量 x_1, x_2, x_3 到变量 y_1, y_2, y_3 的线性变换.
(6 分)