

《线性代数》模拟试卷（十四）

班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（正确的打√，错误的打×，每小题2分，共10分）

() 1. 对于任意的两个矩阵 A, B ，一定有 $AB = BA$ 。

() 2. 设 A 为初等矩阵，则 $A^{-1} = A$ 。

() 3. 任何一个线性方程组都可以用克莱默法则求解。

() 4. 任一含有零向量的向量组必定线性相关。

() 5. 集合 $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}, x \in R \right\}$ 不是一个向量空间。

二、填空题（每小空3分，共15分）

1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 的最简形矩阵为_____。

3. 排列 41253 的逆序数为_____。

4. 向量 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$ 与 $\alpha_2 = (2, 2, 2)^T$ 线性相关还是线性无关？_____。

5. 把向量 $\alpha = (1, 1, -1)^T$ 单位化后的向量为_____。

三、单项选择题（每小题3分，共24分）

1. n 阶行列式 D 的元素 a_{ij} 的余子式 M_{ij} 与代数余子式 A_{ij} 的关系是 ()。

A. $M_{ij} = -A_{ij}$ B. $M_{ij} = A_{ij}$ C. $M_{ij} = (-1)^n A_{ij}$ D. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

2. 设 A, B 为任意方阵，则必有 ()。

A. $AB = 0$ ，则 $A = 0$ 或 $B = 0$ B. $(AB)^T = A^T B^T$

C. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

D. $A^2+AB=0$ 且 A 可逆, 则 $A+B=0$

3. 设齐次线性方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解, 则 λ 为 ().

A. 1

B. 2

C. 0

D. -1

4. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为 3×1 矩阵, 矩阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $B = (\alpha_3 - 2\alpha_1, 3\alpha_2, \alpha_1)$, 若

$|A| = -2$, 则 $|B| =$ ().

A. -6

B. 6

C. 3

D. 2

5. 向量组 $\alpha_1 = (1, 0, 1)^T$, $\alpha_2 = (2, 3, 5)^T$, $\alpha_3 = (1, 1, 2)^T$ 的秩为 ().

A. 3

B. 1

C. 4

D. 2

6. 设 $\alpha_1 = (1, -1, 0)^T$, $\alpha_2 = (1, 2, 3)^T$, $\alpha_3 = (2, 0, 2)^T$, $\alpha_4 = (3, 1, 4)^T$, 则下列不是该向量组的极大线性无关组的是 ().

A. α_1, α_3

B. α_1, α_2

C. $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

D. α_2, α_3

7. 设 η_1, η_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个不同的解, 则下面成立的是 ().

A. $2\eta_1 - 3\eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

B. $3\eta_1 - 2\eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

C. $\eta_1 + \eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

D. $\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = b$ 的解

8. 设 $\lambda = 2$ 为可逆矩阵 A 的一个特征值, 则矩阵 $\left(\frac{1}{3}A^2\right)^{-1}$ 有一个特征值等 ().

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{1}{4}$

四、计算题 (共 6 小题, 共 51 分)

1. 计算行列式
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$
 的值. (7 分)

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \\ 0 & -6 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$, 求 $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$ 的值. (7 分)

3. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 判断矩阵 A 是否可逆若可逆求其逆矩阵. (7 分)

4. 设四元非齐次线性方程组 $A\mathbf{x} = \beta$ 的系数矩阵的秩 $R(A) = 2$, η_1, η_2, η_3 是 $A\mathbf{x} = \beta$ 的三个解向量, 且 $\eta_1 = (4, 3, 2, 1)^T$, $\eta_2 = (1, 3, 5, 1)^T$, $\eta_3 = (-2, 6, 3, 2)^T$ 求 $A\mathbf{x} = \beta$ 的通解. (10 分)

5. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 的特征值与特征向量. (10 分)

6. 已知 $\mathbb{R}^3$ 的两个基分别为 $\alpha_1 = (1, 0, 0)^T$, $\alpha_2 = (1, 1, 0)^T$, $\alpha_3 = (1, 1, 1)^T$ 和 $\beta_1 = (1, 0, 1)^T$, $\beta_2 = (1, 1, 0)^T$, $\beta_3 = (1, 1, 1)^T$, 求从基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 到基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的过渡矩阵. (10 分)