

《概率论与数理统计》模拟试卷 12

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、判断题（每小题 2 分，共 14 分）

- () 1. 事件 A, B 独立, 则 $\bar{A}, \bar{B}$ 不独立.
- () 2. 无记忆性是指数分布的特征.
- () 3. 概率为 0 的事件, 一定是不可能事件.
- () 4. 二维随机变量的联合分布函数不可以确定边缘分布函数.
- () 5. 若随机变量 X, Y 相互独立的, 则相关系数 $\rho_{XY} = 0$.
- () 6. 对于任意的 X 和 Y , 都有 $\text{Var}(X+Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$.
- () 7. 二项分布的极限分布是正态分布.

二、填空题.

1. 设 A, B 相互独立, 且 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.
2. 当 $C =$ _____时, $P\{X = k\} = C \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^k$ ($k = 1, 2, \dots$) 才能成为随机变量.
3. 设随机变量 X 服从 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的均匀分布, 则 $E(\sin X) =$ _____.
4. 若 X 和 Y 相互独立, $\text{Var}(X) = 2, \text{Var}(Y) = 3$, 则 $\text{Var}(2X - 3Y) =$ _____.
5. 估计量的优良性包括_____、_____和_____.

三、选择题.

1. 设 A 与 B 互斥, $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则下列结论正确的是 () .
- A. $P(A|B) = P(A)$ B. $P(A|B) = 0$
- C. $P(AB) = P(A)P(B)$ D. $P(B|A) > 0$
2. 对于两个随机事件 A 与 B , 则与 $A \cup B = B$ 不等价的是 () .
- A. $A \subset B$ B. $\bar{B} \subset \bar{A}$ C. $A\bar{B} = \phi$ D. $\bar{A}B = \phi$
3. 当 X 的可能值充满 (), 则 $\varphi(x) = \cos x$ 可成为 X 的分布密度.
- A. $[0, \frac{\pi}{2}]$ B. $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ C. $[0, \pi]$ D. $[\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}]$
4. 已知 $X \sim N(0, 1)$, 则 $Y = X^2$ 的数学期望为 () .
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 若 $X \sim N(1,4)$, $Y \sim N(1,9)$ 且 $\rho_{XY} = 0.45$, 则 $Cov(X,Y) = (\quad)$.
- A. 2.4 B. 2.5 C. 2.6 D. 2.7
6. 设 X 的期望为 $E(X) = \mu$, 方差为 $Var(X) = \sigma^2$, 根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X - \mu| \geq 6\sigma\} \leq (\quad)$.
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}\sigma^2$ C. $\frac{1}{36}$ D. $\frac{1}{36}\sigma^2$
7. 由列维—林德贝格定理可知, 当 n 充分大时, 则 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \sim (\quad)$.
- A. $N(\mu, \sigma^2)$ B. $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ C. $N(0,1)$ D. $N(n\mu, n\sigma^2)$

四、计算题.

1. 设总体 $X \sim N(2,4)$, 随机抽取容量为16的样本, 求 (1) 样本均值 $\bar{X}$ 的分布; (2) $P(1 < X < 3)$.
2. 李教授要外出参加会议, 他乘汽车、火车和飞机的概率分别是0.6、0.3和0.1, 而汽车、火车和飞机晚点到达的概率分别是0.3、0.2和0.1, 则: (1) 他晚点到达的概率有多大? (2) 若已知正点到达, 则他是乘汽车的概率有多大?
3. 设某次考试的学生成绩服从正态分布, 从中随机抽取36位考生的成绩, 算得平均成绩为66.5分, 样本方差 $s^2 = 225$, 问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 是否可以认为这次考试考生成绩的方差是256? ($\chi^2_{0.01}(35) = 57.340$; $\chi^2_{0.025}(35) = 53.203$; $\chi^2_{0.975}(35) = 20.569$; $\chi^2_{0.99}(35) = 18.508$)
4. 某种清漆的干燥时间总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现随机抽取9个样品测得其干燥时间的样本均值为 $\bar{x} = 6$, 样本方差 $s^2 = (0.7)^2$, 求 μ 的置信度为95%的置信区间? ($t_{0.005}(8) = 3.355$, $t_{0.025}(8) = 2.306$; $t_{0.05}(8) = 1.859$)
5. 设 X 的概率密度为: $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & (0 < x < 1) \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 已知 $E(X) = 0.5$, $Var(X) = 0.15$, 求系数 a 、 b 和 c ?