

《概率论与数理统计》模拟试卷 3

教师_____班级_____姓名_____学号_____得分_____

一、单选题.

1. 设 A, B 为任意两事件, 且 $A \subset B$, $P(B) > 0$, 则下列成立的是().

- A. $P(A) < P(A|B)$ B. $P(A) \leq P(A|B)$
C. $P(A) > P(A|B)$ D. $P(A) \geq P(A|B)$

2. 设 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, $X_i = \begin{cases} 1, & A \text{ 发生;} \\ 0, & A \text{ 不发生;} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 100$, 且

$P(A) = 0.8$, $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ 相互独立. 令 $Y = \sum_{i=1}^{100} X_i$, 则由中心极限定理知 Y 的分布

函数 $F(y)$ 近似于().

- A. $\Phi(y)$ B. $\Phi(\frac{y-80}{4})$ C. $\Phi(16y+80)$ D. $\Phi(4y+80)$

3. (X, Y) 是二维随机向量, 与 $\text{Cov}(X, Y) = 0$ 不等价的是().

- A. $E(XY) = E(X)E(Y)$ B. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
C. $D(X-Y) = D(X) + D(Y)$ D. X 和 Y 相互独立

4. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$, 且 $f(x) = f(-x)$, $F(x)$ 是 X 的分布函数,, 则对于任意实数 a , 有().

- A. $F(-a) = 1 - \int_0^a f(x)dx$ B. $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x)dx$
C. $F(-a) = F(a)$; D. $F(-a) = 2F(a) - 1$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$, (X_1, X_2) 是取自于总体 X 的一个简单随机样本, 则下列 μ 的无偏估计量中哪一个最有效 (即方差最小) ().

- A. $\hat{\mu}_1 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$ B. $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$
C. $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$ D. $\hat{\mu}_4 = \frac{2}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2$

二、填空题.

1. 某人连续向一目标射击, 每次命中目标的概率为 $\frac{3}{4}$, 他连续射击直到命中为止, 则射击次数为 3 的概率是_____.
2. 设随机变量 $X \sim N(110, 144)$, 求 $P\{100 < X < 120\} = \underline{\hspace{2cm}}$. ($\Phi(\frac{5}{6}) = 0.7967$)
3. 设随机变量 X 的分布函数为: $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ a \ln x & 1 < x \leq e \\ 1 & x > e \end{cases}$. 则常数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 设随机变量的概率分布为 $P(X = k) = \frac{k+1}{10}$, $k = 0, 1, 2, 3$, 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本, 则 $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim \underline{\hspace{2cm}}$.

三、证明题.

1. 设 $X \sim \pi(\lambda_1)$, $Y \sim \pi(\lambda_2)$, 且 X, Y 相互独立, 求证 $X+Y \sim \pi(\lambda_1 + \lambda_2)$.
2. 设 (X, Y) 有联合分布密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} 12e^{-(4x+3y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0 & \text{其他.} \end{cases}$,
证明: X, Y 相互独立.

四、计算题 (每小题 11 分, 共 55 分)

1. 某工厂由甲、乙、丙三个车间生产同一种产品, 每个车间的产量分别占全厂的 25%, 35%, 40%, 各车间产品的次品率分别为 5%, 4%, 2%. 求: (1) 全厂产品的次品率 (2) 若任取一件产品发现是次品, 此次品是甲车间生产的概率是多少?
2. 设总体 X 的概率分布为 $P\{X=x\} = p^x(1-p)^{1-x}$, $x=0, 1$, 设 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 为总体 X 的一组简单随机样本, 求参数 p 的矩估计和最大似然估计.
3. 正常人的脉搏平均为 72 次/分, 今对某种疾病患者 9 人, 测得其脉搏为 (次/分):
68 65 77 70 64 69 72 62 71. 设患者的脉搏次数 X 服从正态分布, 经计算得其标准差为 4.583. 试在显著水平 $\alpha=0.1$ 下, 检测患者的脉搏与正常人的脉搏有无显著差异?

(已知: $t_{0.05}(9)=1.833$, $t_{0.05}(8)=1.860$ $z_{0.05}=1.645$, $z_{0.025}=1.960$)

4. 随机抽取某种炮弹 9 发做实验，测得炮口速度的样本标准差 $S = 3(m/s)$ ，设炮口速度服从正态分布，求这种炮弹的炮口速度的方差 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间.

(已知: $\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$, $\chi^2_{0.975}(8) = 2.18$; $\chi^2_{0.025}(9) = 19.02$, $\chi^2_{0.975}(9) = 2.7$)

5. 为研究某一化学反应过程中，温度 $x(^{\circ}C)$ 对产品得率 $Y(\%)$ 的影响，测得数据如下：

温度 $x(^{\circ}C)$	100	110	120	130	140
得率 $Y(\%)$	45	51	54	61	66

求 Y 关于 x 的线性回归方程.