

《线性代数》第二章 矩阵及其运算

测试试卷（五）

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 设 A, B 均是 n 阶矩阵，下列关系一定成立的是（ ）

A. $(AB)^2 = A^2 B^2$ B. $(AB)^T = A^T B^T$ C. $|A+B| = |A| + |B|$ D. $|AB| = |BA|$

2. 设 $A, B, A+B, A^{-1}+B^{-1}$ 均为 n 阶可逆矩阵，则 $(A^{-1}+B^{-1})^{-1} =$ （ ）

A. $(A+B)^{-1}$ B. $B(A+B)^{-1}A$ C. $A+B$ D. $A^{-1}+B^{-1}$

3. 设二阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ，则 $A^* =$ （ ）

A. $\begin{pmatrix} -d & c \\ b & -a \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} -d & b \\ c & -a \end{pmatrix}$

4. 若由 $AB=AC$ 必能推出 $B=C$ ，其中 A, B, C 为同阶方阵，则 A 应满足条件（ ）

A. $A=0$ B. $|A| \neq 0$ C. $A \neq 0$ D. $|A|=0$

5. 设非零矩阵 A 满足等式 $A^3=0$ ，则下列说法正确的是（ ）

A. 矩阵 $A+E$ 与 $A-E$ 均可逆 B. 矩阵 $A+E$ 可逆， $A-E$ 不可逆
C. 矩阵 $A+E$ 不可逆， $A-E$ 可逆 D. 矩阵 $A+E$ 与 $A-E$ 均不可逆

6. 设 A 为 n 阶矩阵，下列命题正确的是（ ）

A. 若 $A^2=0$ ，则 $A=0$ B. 若 $A^2=A$ ，则 $A=0$ 或 $A=E$

C. 若 $A \neq 0$ ，则 $|A| \neq 0$ D. 若 $|A| \neq 0$ ，则 $A \neq 0$

7. 设 A 为三阶方阵，行列式 $|A|=1$ ， A^* 为 A 的伴随矩阵，则行列式

$|(2A)^{-1} - 2A^*| =$ （ ）

- A. $-\frac{27}{8}$ B. $-\frac{8}{27}$ C. $\frac{27}{8}$ D. $\frac{8}{27}$

8. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & x \\ 3 & 10 & y & 4 \\ 2 & 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 可逆的充分必要条件是 ()

- A. $x \neq 1$ 或 $y \neq 2$ B. $x \neq 1$ 且 $y \neq 2$ C. $x = 1$ 或 $y = 2$ D. $x = 1$ 且 $y = 2$

9. 设有矩阵 $A_{3 \times 2}$, $B_{2 \times 3}$, $C_{3 \times 3}$ 下列哪一个运算不可行 ()

- A. ABC B. AC C. ABC D. $AB - C$

10. 设 A, B 为同阶矩阵, 且 $AB = 0$, 则必有 ()

- A. $A = 0$ 或 $B = 0$ B. $A + B = 0$ C. $|A| + |B| = 0$ D. $|A| = 0$ 或 $|B| = 0$

11. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ ()

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

12. 设 $A = (a_{ik})_{ms}$, $B = (b_{kj})_{np}$, 当 AB 有意义时, 积 AB 位于 (i, j) 的元为 ()

- A. $\sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$ B. $\sum_{k=1}^s a_{ik} b_{kj}$ C. $\sum_{k=1}^m a_{ki} b_{kj}$ D. $\sum_{k=1}^s a_{ki} b_{jk}$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $X =$ _____.

2. 设 A 为三阶矩阵且 $|A| = -2$, 则 $|3A^T A| =$ _____

3. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^4 =$ _____.

4. 令 $(x_1 \ x_2) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 设 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$, 则 $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ c \end{pmatrix}$ 中的 $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、简答题（共 40 分）

1. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$,

$Y = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $Z = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$. (8 分)

(1) 分别计算 AB, AC, AD

(2) 分别计算 AX, AY, AZ

2. 设 $AX = X + E$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, 求 X . (8 分)

3. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$, 求 $(E - A)^{-1}$. (8 分)

4. 讨论矩阵 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ a & 3 & b \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 的可逆性. (6 分)

5. 证明 (1) 设 A, B 为 n 阶矩阵, 且 A 为对称矩阵, 证明 $B^T A B$ 也是对称矩阵;

(2) 设 A, B 为 n 阶对称矩阵, 证明 AB 是对称矩阵的充分必要条件是 $AB = BA$.
(10 分)