

《线性代数》第三章 矩阵的初等变换 与线性方程组测试试卷（五）

姓名_____学号_____得分_____

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & \lambda & -1 & 2 \\ 5 & 3 & \mu & 6 \end{pmatrix}$, 已知 $r(A) = 2$, 则 λ 与 μ 的值为()

A. 4, 1 B. 5, 2 C. 5, 1 D. 4, 2

2. 下列矩阵是行阶梯形矩阵的是 ()

A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 \\ 8 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 8 & 1 & -2 & 3 \\ 8 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

3. 矩阵 A 经过行初等变换后 ()

A. 改变它的行秩 B. 改变它的列秩 C. 改变它的秩 D. 不改变它的秩

4. 设 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} + a_{11} & a_{32} + a_{12} & a_{33} + a_{13} \end{pmatrix}$, $P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

则 ()

A. $P_1 P_2 A = B$ B. $P_1 A P_2 = B$ C. $P_2 A P_1 = B$ D. $A P_2 P_1 = B$

5. 三元线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 9 \end{cases}$ 的解为 ()

A. 2, 2, 2 B. 1, 1, 1 C. 0, 2, 1 D. 1, -1, 0

6. 设四阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a & a \\ a & 1 & a & a \\ a & a & a & a \\ a & a & a & 1 \end{pmatrix}$, 若矩阵 A 的秩为 3, 则 $a =$ ()

- A. 1 B. $-\frac{1}{3}$ C. -1 D. $\frac{1}{3}$

7. 设 A 为 3×5 矩阵, 且 $r(A) = 2$, 则 A 的标准形为 ()

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

8. 设 A 为 4×5 矩阵, 且 $r(A) = 3$, 则 ()

- A. A 中存在不为 0 的三阶子式 B. A 中的四阶子式都不为 0
C. A 中存在不为 0 的四阶子式 D. A 中的三阶子式都不为 0

9. 设齐次线性方程组 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 λ 为 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. 2

10. 下列说法正确的是 ()

- A. 矩阵的阶梯形是唯一的 B. 矩阵的简化阶梯形是唯一的
C. 一个矩阵是零矩阵的充分必要条件是该矩阵的秩等于零
D. 矩阵的阶梯形的非零行数是唯一的

11. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, 如果 $r(A) = r$, 那么以 A 为系数矩阵的齐次线性方程组有非零解的充分必要条件是 ()

- A. $r < n$ B. $r > m$ C. $r < m$ D. $r > n$

12. 以下矩阵为初等矩阵的是 ()

- A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

1. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 的行最简形矩阵为_____.

2. 非零矩阵 $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} (7 \ 8 \ 9)$ 的秩为_____.

3. 设 A 是 4×3 矩阵, 且 $r(A)=2$, 又 $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $r(AB) =$ _____.

4. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & -4 & -2 & 9 \\ 3 & 3 & -1 & -1 & 8 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 的秩为_____.

5. 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 3 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & -7 & -1 \end{pmatrix}$, 则矩阵 A 的最高阶非零子式的阶数是_____.

6. 当 $a =$ _____ $b =$ _____ 时, 方程组 $\begin{cases} x_1 + ax_2 + bx_3 = 6 \\ x_1 + 2ax_2 = 4 \\ x_1 + bx_3 = 3 \end{cases}$ 有唯一解.

三、简答题 (共 40 分)

1. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 且满足 $A^*X = A^{-2} + 2X$, 求矩阵 X . (8 分)

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, 求一个可逆矩阵 P , 使 PA 为行阶梯形矩阵. (7 分)

3. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ 的秩. (6 分)

4. 已知 A, B 均是三阶矩阵, 将 A 中第 3 行的 -2 倍加至第 2 行得到矩阵 A_1 , 将 B 中

第 2 列加至第 1 列得到矩阵 B_1 , 又知 $A_1 B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 求矩阵 AB . (8 分)

5. 非齐次线性方程组
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$
 , 当 λ 取何值时, 方程组无解? 求其通解. (7 分)