

## 《线性代数》模拟试卷（六）

班级\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_学号\_\_\_\_\_得分\_\_\_\_\_

一、判断题（下列命题正确的打√，错误的打×，每小题2分，共10分）

1. 一个行列式与它的转置行列式相等。 ( )
2. 初等变换不改变矩阵的秩。 ( )
3. 齐次线性方程组必有非零解。 ( )
4. 单独一个非零向量线性相关。 ( )
5. 非零向量与自身的内积大于零。 ( )

二、选择题（从A、B、C、D中选出一个正确答案，每小题4分，共20分）

1. 行列式  $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & a \\ 6 & 5 & -7 \end{vmatrix}$  中，元素  $a$  的余子式是 ( )

A.  $\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & -7 \end{vmatrix}$       B.  $-\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$       C.  $-\begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 6 & -7 \end{vmatrix}$       D.  $\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}$

2. 矩阵  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$  的秩是 ( )

A. 0    B. 1    C. 2    D. 3

3. 若齐次线性方程组  $\begin{cases} kx_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 + kx_2 = 0 \end{cases}$  有非零解，则  $k$  必须满足 ( )

A.  $k=2$  或  $k=-2$     B.  $k \neq 2$  且  $k \neq -2$     C.  $k=2$     D.  $k=-2$

4. 设  $A$  为  $n$  阶矩阵，且  $|A| \neq 0$ ，则有 ( )

- A.  $A$  的列向量线性相关                      B.  $A$  的行秩为 0
- C.  $A$  的列向量线性无关                      D.  $A$  的行向量线性相关
5. 设  $A$  为  $n$  阶矩阵, 则有 (      )
- A.  $A$  的特征值为  $n$       B.  $A$  的特征值不为  $n$
- C.  $A$  的特征向量为零      D.  $A$  的特征向量不为零

### 三、填空题 (请用正确答案填空, 每小题 4 分, 共 20 分)

1. 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix}$  中, 余子式  $M_{21} = 6$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_。
2. 矩阵  $\begin{pmatrix} x & 2 \\ 2 & x \end{pmatrix}$  可逆, 则  $x$  必满足 \_\_\_\_\_。
3. 齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 - 3x_2 = 0 \\ 2x_1 - 6x_2 = 0 \end{cases}$  的一个基础解系是 \_\_\_\_\_。
4. 向量组  $\alpha_1 = (1, 0, 0), \alpha_2 = (0, 1, 0), \alpha_3 = (2, 2, 0)$  的秩为 \_\_\_\_\_。
5. 正交向量组  $\alpha_1 = (1, -1), \alpha_2 = (2, 2)$  单位化为 \_\_\_\_\_。

### 四、计算题 (每小题 10 分, 共 40 分)

1. 计算行列式  $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 。

---

2. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$  的逆矩阵。

3. 求向量组  $\alpha_1 = (1, 1, 2), \alpha_2 = (1, -1, 1), \alpha_3 = (1, 3, 3),$   
 $\alpha_4 = (4, -2, 5)$  的一个极大无关组, 并将其余向量用该极大无关组线性表示。

4. 求矩阵  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  的特征值与特征向量。

---

### 五、证明题（每小题 5 分，共 10 分）

1. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关，证明向量组  $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$  线性无关。

2. 设  $P, Q$  都是正交矩阵，证明它们的乘积  $PQ$  仍是正交矩阵。